

hp 48gII grafische rekenmachine

gebruiksaanwijzing



i n v e n t

Editie 2

HP artikelnummer F2226-90013

Mededeling

Het REGISTER JE PRODUCT AAN: www.register.hp.com

DE INHOUD VAN DEZE HANDLEIDING EN DE HIERIN VERVATTE FICTIEVE PRAKTIJKVOORBEELDEN KUNNEN ZONDER AANKONDIGING VERANDERD WORDEN. HEWLETT-PACKARD COMPANY GEEFT GEEN GARANTIE AF VAN WELKE AARD DAN OOK MET BETREKKING TOT DEZE HANDLEIDING, WAARONDER OOK STILZWIJGENDE GARANTIES VAN VERHANDELBAARHEID, GESCHIKTHEID VOOR EEN BEPAALD DOEL EN GEEN INBREUK VORMEND VAN TOEPASSING ZIJN, MAAR DIE HIER NIET TOT BEPERKT ZIJN.

HEWLETT-PACKARD CO. KAN NIET AANSPRAKELIJK WORDEN GESTELD VOOR ENIGERLEI FOUTEN OF VOOR INCIDENTELE OF GEVOLGSCHADE IN VERBAND MET LEVERING, PRESTATIE OF GEBRUIK VAN DEZE HANDLEIDING OF DE HIERIN VERVATTE VOORBEELDEN.

© Copyright 2003 Hewlett-Packard Development Company, L.P.
Vermenigvuldiging, aanpassing, of vertaling van deze handleiding is, behalve zoals toegestaan onder de auteurswet, niet toegestaan zonder eerder schriftelijke toestemming van Hewlett-Packard Company.

Hewlett-Packard Company
4995 Murphy Canyon Rd,
Suite 301
San Diego, CA 92123

Oplage

Editie 2

December 2003

Inhoudsopgave

Hoofdstuk 1 – Beginnen, 1-1

Basisbediening, 1-1

Batterijen , 1-1

De rekenmachine in- en uitschakelen, 1-2

Het contrast van het beeldscherm instellen, 1-2

Inhoud van het beeldscherm van de rekenmachine, 1-3

Menu's, 1-3

Het menu TOOL, 1-4

De tijd en datum instellen, 1-4

Toetsenbord van de rekenmachine, 1-5

Modi van de rekenmachine selecteren, 1-6

Bedieningsmodus, 1-7

Getalopmaak en punt of komma als decimaalteken, 1-11

Standaardopmaak:, 1-11

Vaste opmaak met decimalen, 1-12

Wetenschappelijke opmaak:, 1-13

Technische opmaak:, 1-14

Komma's en punten, 1-14

Hoekmeting, 1-15

Coördinatenstelsel, 1-16

CAS-instellingen selecteren, 1-17

Uitleg van de CAS-instellingen, 1-18

Beeldschermmodi selecteren, 1-19

Lettertype van het beeldscherm selecteren, 1-20

Eigenschappen van de regeleditor selecteren, 1-21

Eigenschappen van het Stapelgeheugen selecteren, 1-21

Eigenschappen van de vergelijkingenschrijver (EQW) selecteren,
1-22

Referenties, 1-23

Hoofdstuk 2 – Introductie van de rekenmachine, 2-1

Objecten van de rekenmachine, 2-1

Uitdrukkingen in het stapelgeheugen bewerken, 2-1

Rekenkundige uitdrukkingen maken,	2-1
Algebraïsche uitdrukkingen maken,	2-4
De vergelijkingenschrijver (EQW) gebruiken om uitdrukkingen te maken,	
2-5	
Rekenkundige uitdrukkingen maken,	2-6
Algebraïsche uitdrukkingen maken,	2-8
Gegevens organiseren in de rekenmachine,	2-9
De HOME-directory,	2-9
Subdirectory's,	2-10
Variabelen,	2-10
Variabelennamen invoeren,,	2-11
Variabelen maken,	2-12
De Algebraic-modus,	2-12
De RPN-modus,	2-13
Inhoud van variabelen controleren,	2-15
De Algebraic-modus,	2-15
De RPN-modus,	2-15
Toets rechts-shift gevolgd door labels van softmenu-toetsen gebruiken,	2-15
Inhoud van alle variabelen op het scherm weergeven,	2-16
Variabelen verwijderen,	2-16
De functie PURGE gebruiken in het stapelgeheugen in de Algebraic-modus,	2-16
De functie PURGE gebruiken in het stapelgeheugen in de RPN-modus,	2-17
De functies UNDO en CMD,	2-18
CHOOSE- boxes en Soft-MENU,	2-18
Referenties,	2-21

Hoofdstuk 3 – Berekeningen met reële getallen,

Voorbeelden van berekeningen met reële getallen,

Tiende machten gebruiken om gegevens in te voeren,

Functies voor reële getallen in het menu MTH,

Rekenmachinemenu's gebruiken,

Hyperbolische functies en de tegenwaarden,

Handelingen met eenheden,

- Het menu UNITS, 3-9
- Beschikbare eenheden, 3-11
- Eenheden aan getallen koppelen, 3-11
 - Eenheidprefixen, 3-12
- Handelingen met eenheden, 3-13
- Eenheidconversies, 3-15
- Fysische constanten in de rekenmachine, 3-15**
- Functies definiëren en gebruiken, 3-17**
- Referentie, 3-19**

Hoofdstuk 4 – Berekeningen met complexe getallen, 4-1

- Definities, 4-1**
- De rekenmachine in de modus COMPLEX instellen, 4-1**
 - Complexe getallen invoeren, 4-2
 - Polaire weergave van een complex getal, 4-2
- Eenvoudige handelingen met complexe getallen, 4-4**
- De menu's CMPLX, 4-4**
 - Menu CMPLX via het menu MTH, 4-4
 - Menu CMPLX via het toetsenbord, 4-5
- Functies toegepast op complexe getallen, 4-6**
- Functie DROITE: vergelijking van een rechte lijn, 4-7**
- Referentie, 4-7**

Hoofdstuk 5 – Algebraïsche en rekenkundige handelingen, 5-1

- Algebraïsche objecten invoeren, 5-1**
- Eenvoudige handelingen met algebraïsche objecten, 5-2**
 - Functies in het menu ALG, 5-4
- Handelingen met transcendente functies, 5-6**
 - Uitbreiding en factorisering met log-exp-functies, 5-6
 - Uitbreiding en factorisering met trigonometrische functies, 5-6
- Functies in het menu ARITHMETIC, 5-7**
- Polynomen, 5-8**
 - De functie HORNER, 5-9
 - De variabele VX, 5-9
 - De functie PCOEF, 5-9
 - De functie PROOT, 5-10

De functies QUOT en REMAINDER, 5-10

De functie PEVAL, 5-10

Breuken, 5-11

De functie SIMP2, 5-11

De functie PROPFRAC, 5-11

De functie PARTFRAC, 5-11

De functie FCOEF, 5-12

De functie FROOTS, 5-12

Stapsgewijze handelingen met polynomen en breuken, 5-13

Referentie, 5-14

Hoofdstuk 6 – Het oplossen van vergelijkingen, 6-1

Symbolische oplossing van algebraïsche vergelijkingen, 6-1

De functie ISOL, 6-1

De functie SOLVE, 6-2

De functie SOLVEVX, 6-4

De functie ZEROS, 6-5

Menu van de Numerieke solver, 6-5

Polynome Vergelijkingen, 6-6

De oplossingen voor een polynome vergelijking vinden, 6-7

Polynome coëfficiënten genereren waarbij de wortels van de polynoom zijn gegeven, 6-8

Een algebraïsche expressie genereren voor de polynomen, 6-8

Financiële berekeningen, 6-9

Vergelijkingen met één onbekende oplossen m.b.v. NUM.SLV, 6-10

De functie STEQ, 6-10

Oplossing voor gelijktijdige vergelijkingen met MSLV, 6-11

Referentie, 6-12

Hoofdstuk 7 – Bewerkingen met lijsten, 7-1

Lijsten aanmaken en opslaan, 7-1

Bewerkingen met getallenlijsten, 7-1

Veranderend teken, 7-1

Optellen, aftrekken, vermenigvuldigen, delen, 7-2

Functies toegepast op lijsten, 7-3

Lijsten van complexe getallen, 7-4
Lijsten van algebraïsche objecten, 7-4
Het menu MTH/LIST, 7-5
De functie SEQ, 7-6
De functie MAP, 7-6
Referentie, 7-7

Hoofdstuk 8 – Vectoren, 8-1

Vectoren invoeren, 8-1
Vectoren in het stapelgeheugen invoeren, 8-1
Vectoren opslaan in variabelen in het stapelgeheugen, 8-2
De Matrixschrijver (MTRW) gebruiken om vectoren in te voeren, 8-2
Eenvoudige bewerkingen met vectoren, 8-5
Veranderend teken, 8-5
Optellen, aftrekken, 8-5
Vermenigvuldigen met een scalair en delen door een scalair, 8-6
De functie absolute waarde, 8-6
Het menu MTH/VECTOR, 8-7
Grootte, 8-7
Scalair product, 8-7
Vectorieel product, 8-8
Referentie, 8-9

Hoofdstuk 9 – Matrices en lineaire algebra, 9-1

Matrices in het stapelgeheugen invoeren, 9-1
Met de Matrixschrijver, 9-1
De Matrix direct in het stapelgeheugen invoeren, 9-2
Bewerkingen met matrices, 9-3
Optellen en aftrekken, 9-4
Vermenigvuldiging, 9-4
Vermenigvuldiging met een scalair, 9-4
Matrix-vectorvermenigvuldiging, 9-4
Matrixvermenigvuldiging, 9-5
Term-voor-term vermenigvuldiging, 9-5
De identiteitsmatrix, 9-6
De inverse matrix, 9-6

Een matrix karakteriseren (Het menu matrix NORM), 9-7

De functie DET, 9-7

De functie TRACE, 9-7

Oplossing van lineaire systemen, 9-8

De numerieke solver gebruiken voor lineaire systemen, 9-8

Oplossing met de inverse matrix, 9-10

Oplossing door “deling” van matrices, 9-11

Referenties, 9-11

Hoofdstuk 10 – Grafieken, 10-1

Grafische opties in de rekenmachine, 10-1

Een uitdrukking van de vorm $y = f(x)$ plotten, 10-2

Een tabel genereren van waarden voor een functie, 10-4

Snelle 3D-grafieken, 10-6

Referentie, 10-8

Hoofdstuk 11 – Calculustoepassingen, 11-1

Het menu CALC (Calculus), 11-1

Limieten en afgeleiden, 11-1

De functie Lim, 11-1

De Functies DERIV en DERVX, 11-2

Anti-afgeleiden en integralen, 11-3

De functies INT, INTVX, RISCH, SIGMA en SIGMAVX, 11-3

Eindige integralen, 11-4

Oneindige series, 11-4

De Functies TAYLR, TAYLRO en SERIES, 11-5

Referentie, 11-7

Hoofdstuk 12 – Multivariant Calculustoepassingen, 12-1

Partiële afgeleiden, 12-1

Meervoudige integralen, 12-2

Referentie, 12-2

Hoofdstuk 13 – Toepassingen van vectoranalyse, 13-1

De del-operator, 13-1

Gradiënt, 13-1
Divergentie, 13-2
Rotatie, 13-2
Referentie, 13-2

Hoofdstuk 14 – Differentiaalvergelijkingen, 14-1

Het menu CALC/DIFF, 14-1

Oplossing voor lineaire en niet-lineaire vergelijkingen, 14-1

De functie LDEC, 14-2

De functie DESOLVE, 14-3

De variabele ODETYPE, 14-4

Laplace-transformaties, 14-5

Laplace-transformaties en inversies in de rekenmachine, 14-5

Fourier-reeksen, 14-6

De functie FOURIER, 14-6

Fourier-reeks voor een kwadratische functie, 14-7

Referentie, 14-8

Hoofdstuk 15 – Kansverdelingen, 15-1

Het submenu MTH/PROBABILITY..– deel 1, 15-1

Faculteiten, combinaties en permutaties, 15-1

Willekeurige getallen, 15-2

Het menu MTH/PROBABILITY.. – deel 2, 15-3

De normale verdeling, 15-3

De Student-t-verdeling, 15-4

De Chi-kwadraat verdeling, 15-4

De F-verdeling, 15-4

Referentie, 15-4

Hoofdstuk 16 – Statistische Toepassingen, 16-1

Gegevens invoeren, 16-1

Statistieken met één variabele berekenen, 16-2

Frequentieverdelingen verkrijgen, 16-3

Gegevens in een functie $y = f(x)$ plaatsen, 16-5

Aanvullende samenvattende statistieken verkrijgen, 16-6

Betrouwbaarheidsintervallen, 16-7

Hypotheses testen, 16-10
Referentie, 16-12

Hoofdstuk 17 – Getallen in Verschillende Grondtallen, 17-1

Het menu BASE, 17-1
Niet-decimale getallen schrijven, 17-1
Referentie, 17-2

Beperkte Garantie – G-1

Service, G-2
Regelgeving, G-4

Hoofdstuk 1

Beginnen

Dit hoofdstuk beschrijft de basisinformatie over het gebruik van uw rekenmachine. De doelstelling van de oefeningen is dat u vertrouwd raakt met de basisfuncties en instellingen voordat u daadwerkelijk een berekening maakt.

Basisbediening

De volgende oefeningen zijn bedoeld om de hardware van uw rekenmachine beter te leren kennen.

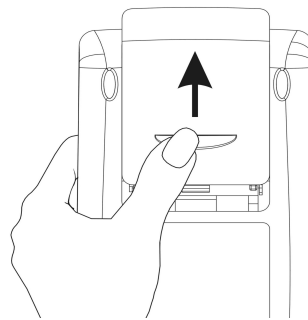
Batterijen

De rekenmachine gebruikt 3 AAA(LR03)-batterijen als hoofdvoeding en een CR2032 lithiumbatterij voor geheugenbackup.

Plaats de batterijen volgens de onderstaande procedure alvorens de rekenmachine te gebruiken.

De hoofdbatterijen plaatsen

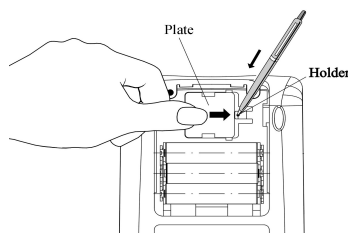
- a. **Zorg ervoor dat de calculator uitgeschakeld is.** Schuif het deksel van de batterijhouder omhoog zoals in de afbeelding.



- b. Plaats 3 nieuwe AAA(LR03)-batterijen in het batterijgedeeltevenster. Zorg ervoor dat elke batterij in de juiste richting wordt geplaatst.

De backupbatterij plaatsen





- a. **Zorg ervoor dat de calculator uitgeschakeld is.** Druk de houder naar beneden. Duw het afdekplaatje in de getoonde richting en til het op.






- b. Plaats een nieuwe CR2032 lithiumbatterij. Zorg ervoor dat de positieve kant (+) naar boven is geplaatst.
- c. Plaats het afdekplaatje terug en duw het in de beginpositie. Druk, nadat de batterijen zijn geplaatst, op [ON] om de rekenmachine in te schakelen.



Waarschuwing: als de pictogram van een zwakke batterij op het beeldscherm verschijnt, dienen de batterijen zo spoedig mogelijk vervangen te worden. De backupbatterij en de hoofdbatterijen echter nooit tegelijkertijd verwijderen om gegevensverlies te voorkomen.



De rekenmachine in- en uitschakelen

De toets  bevindt zich in de linkeronderhoek van het toetsenbord. Druk één keer op deze toets om de rekenmachine in te schakelen. Druk, om de rekenmachine uit te schakelen, op de rechter rode shifttoets  (eerste toets in de tweede rij vanaf de onderzijde van het toetsenbord) en daarna op . De toets  is in de rechterbovenhoek voorzien van een rode OFF-markering, als geheugensteuntje voor de OFF-functie van de rekenmachine.

Het contrast van het beeldscherm instellen

U kunt het beeldschermcontrast instellen door tegelijkertijd op de toets  en de toetsen  of  te drukken.

De toetscombinatie  (vasthouden) en  maken het beeldscherm donkerder

De toetscombinatie  (vasthouden) en  maken het beeldscherm lichter

Inhoud van het beeldscherm van de rekenmachine

Zet uw rekenmachine weer aan. Boven in het beeldscherm staan twee informatieregels die de instellingen van de rekenmachine beschrijven. In de eerste regel staan de volgende tekens:

RAD XYZ HEX R= 'X'

Raadpleeg hoofdstuk 2 in de gebruikshandleiding van de rekenmachine voor meer informatie over de betekenis van deze specificaties.

In de tweede regel staan de volgende tekens

{ HOME }

Dit betekent dat de HOME-directory de huidige bestandsdirectory in het geheugen van de rekenmachine is.

Onder in het beeldscherm staan enkele labels, te weten:

EQN VIER 1234 5678 9012 3456 7890

die bij de zes *softmenu*toetsen, F1 tot en met F6, horen:

F1 F2 F3 F4 F5 F6

De zes labels die in onder in het scherm worden weergegeven, kunnen veranderen als er een ander menu wordt getoond. **F1** hoort altijd bij het eerste weergegeven label en **F2** altijd bij het tweede label, enz.













Menu's


De zes labels die bij de toetsen **F1** tot en met **F6** horen, maken deel uit van een menu met functies. Omdat de rekenmachine slechts zes softmenu-toetsen heeft, worden er maar 6 labels per keer weergegeven. Een menu kan echter uit meer dan zes invoeren bestaan. Elke groep van 6 invoeren wordt een menupagina genoemd. Druk op de toets **NXT** (Volgende

menu) wanneer u naar de volgende menupagina wilt (indien beschikbaar). Dit is de derde toets van links in de derde toetsenrij van het toetsenbord.





Het menu TOOL



De softmenu-toetsen van het weergegeven menu, het menu TOOL, zijn voor het bewerken van variabelen (zie de paragraaf over variabelen in dit hoofdstuk).

		EDIT: bewerken van de inhoud van een variabele (zie hoofdstuk 2 in deze handleiding en hoofdstuk 2 en Bijlage L in de gebruikshandleiding voor meer informatie over bewerken)
		VIEW: bekijken van de inhoud van een variabele
		ReCALL: oproepen van de inhoud van een variabele
		STOR: opslaan van de inhoud van een variabele
		PURGE: verwijderen van een variabele
		CLEAR: wissen van het beeldscherm of het stapelgeheugen

Deze zes functies vormen de eerste pagina van het menu TOOL. Dit menu heeft in totaal acht invoeren die over twee pagina's zijn verdeeld. Door op de toets  (volgende menu) te drukken, komt u op de tweede pagina. Dit is de derde toets van links in de derde toetsenrij van het toetsenbord.

Nu hebben alleen de eerste twee softmenu-toetsen specifieke commando's. Deze commando's zijn:

		CASCMD: CAS CoMmanD, wordt gebruikt om een commando te starten van de CAS door uit een lijst te selecteren
		HELP-functie die de commando's beschrijft in de rekenmachine

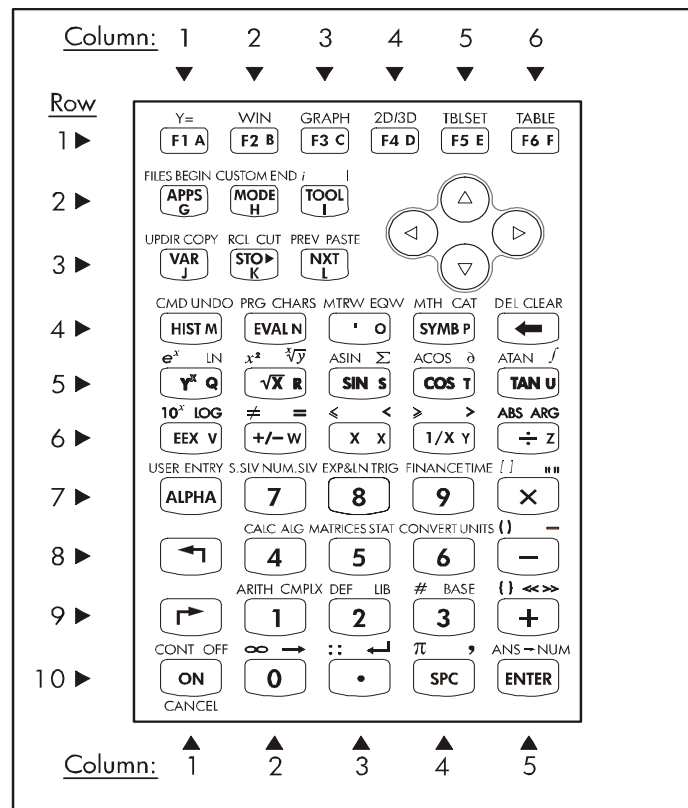
Door op de toets  te drukken, verschijnt het originele menu TOOL. Het menu TOOL kan ook worden verkregen door op de toets  te drukken (dit is de derde toets van links in de tweede toetsenrij boven in het toetsenbord).

De tijd en datum instellen

Raadpleeg hoofdstuk 1 in de gebruikshandleiding van de rekenmachine voor het instellen van de tijd en de datum.

Toetsenbord van de rekenmachine


In onderstaande afbeelding ziet u een weergave van het toetsenbord van de rekenmachine met genummerde rijen en kolommen. Elke toets heeft drie, vier of vijf functies. De hoofdfunctie van een toets heeft de meest zichtbare markering op de toets. De groene linkershifttoets, *toets (8,1)*, de rode rechtershifttoets, *toets (9,1)* en de blauwe toets ALPHA, *toets (7,1)* kunnen worden gecombineerd met enkele andere toetsen om de andere functies in het toetsenbord te activeren.



Zo kan met toets **SYMB**, *toets(4,4)*, de volgende zes functies worden uitgevoerd:

SYMB

Hoofdfunctie: het activeren van het menu SYMBolic

 MTH


Functie links-shift: het activeren van het menu MTH (wiskundig)

 CAT

Functie rechts-shift: het activeren van de functie CATalog

ALPHA P





functie ALPHA: het invoeren van de hoofdletter P

ALPHA  P

functie ALPHA-Links-shift: het invoeren van de kleine letter p

ALPHA  P

functie ALPHA-Rechts-shift: het invoeren van het symbool π


Van de zes functies die met een toets kunnen worden uitgevoerd, worden alleen de eerste vier op het toetsenbord weergegeven. De afbeelding op de volgende pagina geeft de vier labels voor de toets  weer. De kleur en de plaats van de markeringen op de toets, namelijk **SYMB**, MTH, CAT en P, geven aan wat de hoofdfunctie is (**SYMB**) en welke drie andere functies kunnen worden uitgevoerd met de toetsen links-shift  (MTH), rechts-shift  (CAT) en  (P).

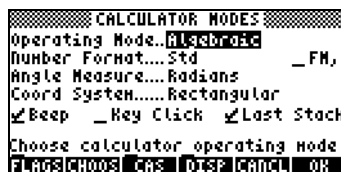


Raadpleeg Bijlage B in de gebruikshandleiding van de rekenmachine voor meer informatie over het gebruik van het toetsenbord van de rekenmachine.

Modi van de rekenmachine selecteren

In deze paragraaf gaan we er vanuit dat u al een beetje bekend bent met het gebruik van de kies- en dialoogvensters (Raadpleeg Bijlage A in de gebruikshandleiding wanneer dit niet het geval is).

Druk op de toets  (tweede toets van links in de tweede toetsenrij boven in het toetsenbord) om het volgende invoervenster voor *CALCULATOR MODES* weer te geven:



Druk op de softmenutoets ($F6$) om terug te keren naar het normale beeldscherm. Hier volgen enkele voorbeelden voor het selecteren van verschillende rekenmachinemodi.

Bedieningsmodus

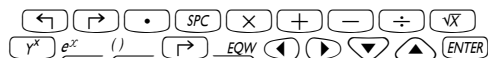
De rekenmachine bevat twee bedieningsmodi: de modus *Algebraic* en de modus *Reverse Polish Notation (RPN)*. De rekenmachine staat standaard in de modus *Algebraic* (zoals in de bovenstaande afbeelding te zien is), maar gebruikers van oudere modellen van HP-rekenmachines zijn misschien meer bekend met de RPN-modus.

Als u een bedieningsmodus wilt selecteren, moet u eerst het invoervenster CALCULATOR MODES openen met de toets MODE . Het Veld *Operating Mode* wordt gemarkeerd. Selecteer de bedieningsmodus *Algebraic* of *RPN* met de toets +/- (tweede van links in de vijfde rij onder in het toetsenbord) of door op de softmenutoets ($F2$) te drukken. Bij de tweede methode kunt u de pijltjes omhoog en omlaag, \uparrow \downarrow , gebruiken om de modus te selecteren. Druk daarna op de softmenutoets om de handeling te voltooien.

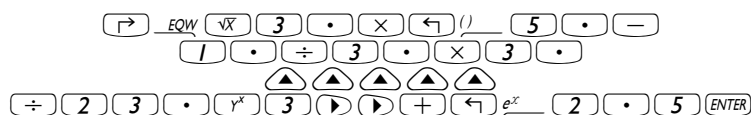
Om het verschil aan te geven tussen deze twee bedieningsmodi, voeren we de volgende uitdrukking op beide manieren uit:

$$\sqrt{\frac{3.0 \cdot \left(5.0 - \frac{1}{3.0 \cdot 3.0} \right)}{23.0^3}} + e^{2.5}$$

Om deze uitdrukking in de rekenmachine in te voeren, gebruiken we eerst de *vergelijkingenschrijver*, EQW . Zoek de volgende toetsen op het toetsenbord, samen met de numerieke toetsen.



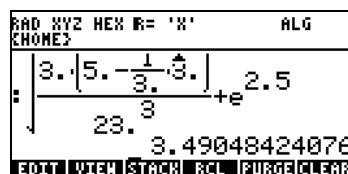
De vergelijkingenschrijver is een beeldschermmodus waarmee u wiskundige uitdrukkingen kunt opstellen met expliciet wiskundige aanduidingen, zoals breuken, afgeleiden, integralen, wortels, enz. Gebruik de volgende toetsen als u de vergelijkingenschrijver wilt gebruiken voor het opstellen van de hierboven weergegeven uitdrukking:



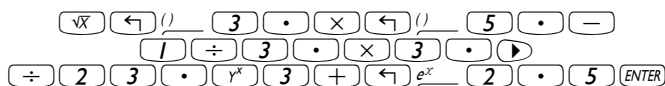
Als u op **ENTER** drukt, geeft de rekenmachine de volgende uitdrukking weer:

$$\sqrt{(3 \cdot (5 - 1 / (3 \cdot 3))) / 23 \cdot 3 + \text{EXP}(2.5)}$$

Als u opnieuw op **ENTER** drukt, krijgt u de volgende waarde (accepteer modus Approx. aan als u hierom wordt gevraagd door op **00** te drukken):





U kunt de uitdrukking ook als volgt rechtstreeks in het beeldscherm typen zonder de vergelijkingenschrijver te gebruiken:



Zo krijgt u hetzelfde resultaat.

Verander de bedieningsmodus in RPN door eerst op de toets **MODE** te drukken. Selecteer de bedieningsmodus **RPN** met de toets **+/-** of door op de

softmenutoets  te drukken. Druk op de softmenutoets  (F_6) om de handeling te voltooien. Het beeldscherm ziet er bij de RPN-modus als volgt uit:



U ziet dat het beeldscherm meerdere niveaus van de uitkomst heeft genummerd met van onder naar boven 1, 2, 3, enz. Dit wordt het stapelgeheugen van de rekenmachine genoemd. De verschillende niveaus worden *stapelgeheugenniveaus* genoemd, dus stapelgeheugenniveau 1, stapelgeheugenniveau 2, etc.

RPN wil dus eigenlijk zeggen dat u een handeling zoals $3 + 2$ niet in de rekenmachine invoert met

$3 + 2$ ENTER

maar eerst de operanden in de juiste volgorde invoert en daarna de operator, dus

3 ENTER 2 ENTER $+$

De operanden nemen bij het invoeren verschillende stapelgeheugenniveaus in gebruik. Als u 3 ENTER invoert, wordt het getal 3 in stapelgeheugenniveau 1 ingevoerd. Als u daarna 2 ENTER invoert, gaat het getal 3 naar naar stapelgeheugenniveau 2. Door vervolgens op $+$ te drukken, vertellen we de rekenmachine dat hij de operator of het programma $+$ moet toepassen op de objecten in niveaus 1 en 2. De uitkomst, 5, wordt vervolgens in niveau 1 geplaatst.

We proberen eerst enkele eenvoudige handelingen voordat we de moeilijkere uitdrukking uitproberen die eerder is gebruikt bij de algebraïsche modus.

$123/32$

1 2 3 ENTER 3 2 \div

4^2

4 ENTER 2 y^x

$^3\sqrt{(\sqrt{27})}$

2 7 ENTER \sqrt{x} 3 ENTER $\sqrt[3]{y}$

Let op de posities van de y en de x in de laatste twee handelingen. De basis in de exponentiële handeling is y (stapelgeheugenniveau 2), terwijl het exponent x is (stapelgeheugenniveau 1) voordat de toets y^x wordt ingedrukt. In de derdemachtswortel is y (stapelgeheugenniveau 2) het getal onder het wortelteken en x (stapelgeheugenniveau 1) de wortel.

Probeer de volgende oefening met de volgende 3 factoren: $(5 + 3) \times 2$

5 ENTER 3 ENTER +
2 X

Berekent eerst $(5 + 3)$.
Voltooit de berekening.

Probeer nu de eerder genoemde uitdrukking:

$$\sqrt{\frac{3 \cdot \left(5 - \frac{1}{3 \cdot 3}\right)}{23^3}} + e^{2.5}$$

3 ENTER

Voer 3 in op niveau 1

5 ENTER

Voer 5 in op niveau 1, 3 gaat naar niveau 2

3 ENTER

Voer 3 in op niveau 1, 5 gaat naar niveau 2, 3 naar niveau 3

3 X

Voer 3 in en vermenigvuldig, 9 verschijnt op niveau 1

$1/x$

$1/(3 \times 3)$, laatste waarde op niv. 1; 5 op niveau 2; 3 op niveau 3

-

$5 - 1/(3 \times 3)$, staat nu op niveau 1; 3 op niveau 2

X

$3 \times (5 - 1/(3 \times 3))$, staat nu op niveau 1.

2 3 ENTER

Voer 23 in op niveau 1, 14.66666 gaat naar niveau 2.

3 y^x




Voer 3 in, bereken 23^3 op niveau 1. 14.666 op niv. 2.

\div

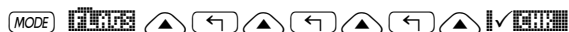
$(3 \times (5 - 1/(3 \times 3))) / 23^3$ naar niveau 1

2 . 5

Voer 2.5 in niveau 1



	$e^{2.5}$, gaat naar niveau 1, niveau 2 geeft de vorige waarde weer.
	$(3 \times (5 - 1/(3 \times 3))) / 23^3 + e^{2.5} = 12.18369$, naar niv. 1.
	$\sqrt{((3 \times (5 - 1/(3 \times 3))) / 23^3 + e^{2.5})} = 3.4905156$, naar 1.


Om te wisselen tussen de bedieningsmodi ALG en RPN kunt u ook systeemvlag 95 wissen/verwijderen door op de volgende toetsen te drukken:



Getalopmaak en punt of komma als decimaalteken

Door de getalopmaak te wijzigen, kunt u de manier aanpassen waarop reële cijfers worden weergegeven door de rekenmachine. Deze functie is bijzonder handig bij handelingen met tiende machten of om het aantal decimalen van een uitkomst te beperken.

Om een getalopmaak te selecteren, moet u eerst het invoervenster CALCULATOR MODES openen door op de toets  te drukken. Gebruik daarna de toets pijltje omlaag, , om de optie *Number format* te selecteren. De standaardwaarde is *Std*, oftewel Standaardopmaak. In de standaardopmaak geeft de rekenmachine getallen met zwevende komma weer met geen ingestelde decimalen en met de maximaal door de rekenmachine toegestane precisie (12 significante cijfers). U leest meer over reële getallen in hoofdstuk 2 van deze gebruikshandleiding. Probeer ter verduidelijking van bovengenoemde en andere getalopmaken de volgende oefeningen:

- **Standaardopmaak:**
Deze modus wordt het meeste gebruikt, omdat de cijfers in de meest bekende notatie worden weergegeven. Druk op de softmenutoets , met *Number format* ingesteld op *Std*, om terug te keren naar het beeldscherm van de rekenmachine. Voer het getal 123.4567890123456 in (met 16 significante cijfers). Druk op de toets

ENTER . Het getal wordt afgerond op maximaal 12 significante cijfers en wordt als volgt weergegeven:

```

:123.456789012
 123.456789012
EDIT|VIEW|RCL|STOP|PURGE|CLEAR

```

- **Vaste opmaak met decimalen:**

Druk op de toets **MODE** . Selecteer daarna met de toets pijltje omlaag, **▼** , de optie . Druk op de softmenu-toets **FIX/DEC** (**F2**) en selecteer de optie *Fixed* met de toets pijltje omlaag **▼** .

```

CALCULATOR MODES
Operating Mode..Algebraic
Number Format....FIX 0    _FM,
Angle Measure....Radians
Coord System.....Rectangular
 $\checkmark$ Beep  _Key Click   $\checkmark$ Last Stack
Choose number display format
FLAGS|CHOOS|CAS|DISP|CANCE|OK

```

Druk op de toets pijltje rechts, **►** , om de nul voor de optie *Fix* te markeren. Druk op de softmenu-toets **FIX/DEC** en selecteer bijvoorbeeld 3 decimalen met de toetsen pijltje omhoog en omlaag, **▲▼** .

```

0
Oper 1
Numb 2
Angl 3
Coord 4
 $\checkmark$ Be 5
Choo 6
                                .FM,
                                tack
                                .lay
                                |CANCL|OK


```

Druk op de softmenu-toets **OK** om de selectie te voltooien:

```

CALCULATOR MODES
Operating Mode..Algebraic
Number Format....Fix 3    _FM,
Angle Measure....Radians
Coord System.....Rectangular
 $\checkmark$ Beep  _Key Click   $\checkmark$ Last Stack
Choose decimal places to display
FLAGS|CHOOS|CAS|DISP|CANCE|OK

```





Druk op de softmenutoets  om terug te keren naar het beeldscherm van de rekenmachine. Het getal wordt nu weergegeven als:

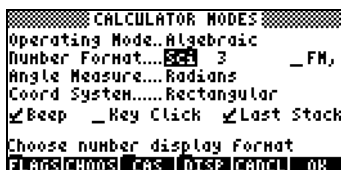


The calculator screen displays the number 123.457. The top line shows ': 123.457' and the bottom line shows '123.457'. Below the screen, the menu bar shows 'EDIT | VIEW | RCL | STO | PURGE | CLEAR'.


U ziet dat het getal is afgerond en niet afgekapt. Het getal 123.4567890123456 wordt voor deze instelling dus weergegeven als 123.457 en niet als 123.456, omdat het cijfer na 6 > 5 is

- **Wetenschappelijke opmaak**

U stelt deze opmaak in door op de toets  te drukken. Selecteer daarna met de toets pijltje omlaag, , de optie *Number format*. Druk op de softmenutoets  () en selecteer de optie *Scientific* met de toets pijltje omlaag . Het getal 3 moet voor *Sci* blijven staan. (Dit getal kan op dezelfde manier worden gewijzigd als het *Fixed* aantal decimalen in het bovenstaande voorbeeld).



The 'CALCULATOR MODES' menu is shown. It lists various settings: 'Operating Mode... Algebraic', 'Number Format... SCI 3' (with 'SCI' highlighted), 'Angle Measure... Radians', 'Coord System... Rectangular', 'Beep... Key Click' (checked), and 'Last Stack' (checked). At the bottom, it says 'Choose number display format' and 'FLAGS[CHOOSE] CAS | DISP | CANCEL | OK'.

Druk op de softmenutoets  om terug te keren naar het beeldscherm van de rekenmachine. Het getal wordt nu weergegeven als:



The calculator screen displays the number 1.235E2. The top line shows ': 1.235E2' and the bottom line shows '1.235E2'. Below the screen, the menu bar shows 'EDIT | VIEW | RCL | STO | PURGE | CLEAR'.

De uitkomst, 1.23E2, is de rekenmachineversie van de notatie voor tiende machten, dus 1.235×10^2 . In deze zogenaamde wetenschappelijke notatie geeft het getal 3 voor de getalopmaak *Sci* (zoals eerder getoond) het aantal significante cijfers na de komma weer. De wetenschappelijke

notatie heeft altijd één geheel getal, zoals hierboven. In dit geval is het aantal significante cijfers dus vier.

- **Technische opmaak**

De technische opmaak (Engineering) lijkt sterk op de wetenschappelijke opmaak, maar de tiende machten zijn hier meervouden van drie. U stelt deze opmaak in door op de toets **(MODE)** te drukken. Selecteer daarna met de toets pijltje omlaag, **▼**, de optie *Number format*. Druk op de softmenutoets **MODE** (**F2**) en selecteer de optie *Engineering* met de toets pijltje omlaag **▼**. Het getal 3 moet voor *Eng* blijven staan. (Dit getal kan op dezelfde manier worden gewijzigd als het *Fixed* aantal decimalen in het bovenstaande voorbeeld.)

```

CALCULATOR MODES
Operating Mode...Algebraic
Number Format...Eng 3      _FM,
Angle Measure...Radians
Coord System...Rectangular
 $\checkmark$ Beep  _Key Click   $\checkmark$ Last Stack
Choose decimal places to display
FLAGS|CHOOS|CAS|DISP|C|ANCL|OK

```

Druk op de softmenutoets **OK** om terug te keren naar het beeldscherm van de rekenmachine. Het getal wordt nu weergegeven als:

```

:123.5E0      123.5E0
EDIT|VIEW|RCL|STOP|PURGE|CLEAR

```

Omdat er bij dit getal drie cijfers in het gehele getal staan, wordt het weergegeven met vier significante cijfers en een tiende macht van nul in de Technische opmaak. Het getal 0.00256 wordt bijvoorbeeld als volgt weergegeven:

```

:123.5E0      123.5E0
:2.560E-3     2.560E-3
EDIT|VIEW|RCL|STOP|PURGE|CLEAR

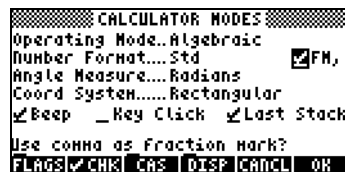
```

- **Komma's en punten**

De punten in cijfers met zwevende punten kunnen worden vervangen door komma's als de gebruiker hier liever mee werkt. Om de punten te

vervangen door komma's wijzigt u de optie *FM* in CALCULATOR MODES als volgt naar komma's (U ziet dat we *Number Format* hebben gewijzigd in *Std*):

- Druk op de toets **MODE**. Druk daarna een keer op de toets pijltje omlaag, **▼**, en keer op het pijltje rechts, **▶**, om de optie **FM**, te markeren. Om komma's te selecteren, drukt u op de softmenutoets **✓** **1/x** (dus de toets **F2**). Het invoerscherm ziet er als volgt uit:



- Druk op de softmenutoets **OK** om terug te keren naar het beeldscherm van de rekenmachine. Het getal 123.4567890123456, dat we eerder hebben ingevoerd, wordt nu weergegeven als:



Hoekmeting

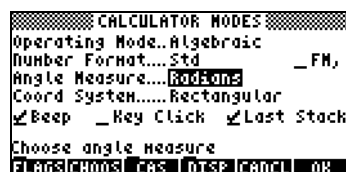
Bij trigonometrische functies moet u bijvoorbeeld argumenten invoeren voor vlakke hoeken. De rekenmachine heeft drie verschillende modi voor *Hoekmetingen* die u bij hoeken kunt gebruiken:

- *Graden*: Er zitten 360 graden (360°) in een complete omtrek.
- *Radialen*: Er zitten 2π radialen ($2\pi'$) in een complete omtrek.
- *Decimale graden*: Er zitten 400 decimale graden (400^g) in een complete omtrek.

De hoekmeting is van invloed op trigonometrische functies als SIN, COS, TAN en de bijbehorende functies.

U kunt de modi voor hoekmetingen als volgt wijzigen:

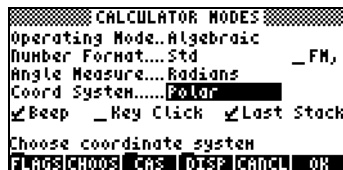
- Druk op de toets **MODE**. Druk daarna twee keer op de toets pijltje omlaag, **▼**. Selecteer de modus *Hoekmeting* met de toets **+/-** (tweede van links in de vijfde rij onder in het toetsenbord) of door op de softmenutoets **ANGLE** (**F2**) te drukken. Bij de tweede methode kunt u de pijltjes omhoog en omlaag, **▲▼**, gebruiken om de gewenste modus te selecteren. Druk daarna op de softmenutoets **OK** (**F6**) om de handeling te voltooien. In het volgende scherm is bijvoorbeeld de modus Radians geselecteerd:



Coördinatenstelsel


Als u het coördinatenstelsel selecteert, heeft dit invloed op de manier waarop vectoren en complexe getallen worden weergegeven en ingevoerd. Raadpleeg hoofdstuk 4 en 8 in deze handleiding voor meer informatie over respectievelijk complexe getallen en vectoren. De rekenmachine beschikt over drie soorten coördinatenstelsels: Rechthoekig (RECT), Cilindrisch (CYLIN) en bolvormig (SPHERE). Zo wijzigt u het coördinatenstelsel:

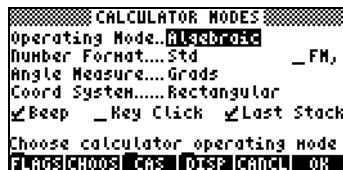
- Druk op de toets **MODE**. Druk daarna drie keer op de toets pijltje omlaag, **▼**. Selecteer de modus *Coord System* door op de toets **+/-** (tweede van links in de vijfde rij onder in het toetsenbord) of doorop de softmenutoets **MODE** (**F2**) te drukken. Bij de tweede methode kunt u de pijltjes omhoog en omlaag, **▲▼**, gebruiken om de gewenste modus te selecteren. Druk daarna op de softmenutoets **OK** (**F6**) om de handeling te voltooien. In het volgende scherm is bijvoorbeeld het coördinatenstelsel Polar geselecteerd:




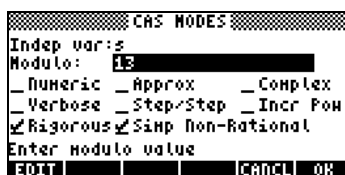
CAS-instellingen selecteren

CAS is een afkorting van Computer Algebraic System, oftewel algebraïsch computersysteem. Dit is het wiskundige hart van de rekenmachine waar de symbolische wiskundige handelingen en functies zijn geprogrammeerd. Het CAS biedt een aantal instellingen die kunnen worden aangepast aan de gewenste handeling. Zo krijgt u de mogelijke CAS-instellingen te zien:

- Druk op de toets  om het invoervenster CALCULATOR MODES te openen.





- Druk op de softmenutoets  om de CAS-instellingen te wijzigen. Hier volgen de standaardwaarden van de CAS-instellingen:



- Met de pijltoetsen kunt u door de vele opties van het invoervenster CAS MODES navigeren:    .
- Als u een van de bovenstaande instellingen wilt selecteren of deselecteren, moet u het onderliggende streepje voor de gewenste optie selecteren en op de softmenutoets  drukken totdat u de gewenste instelling ziet.

Als er een optie is geselecteerd, verschijnt er een vinkje op het onderliggende streepje (bijvoorbeeld de bovenstaande opties *Rigorous* en *Simp Non-Rational*). De niet-geselecteerde opties hebben geen vinkje op het onderliggende streepje voor de gewenste optie (zoals de bovenstaande opties *_Numeric*, *_Approx*, *_Complex*, *_Verbose*, *_Step/Step*, *_Incr Pow*).

- Druk op de softmenutoets  als u alle gewenste opties in het invoervenster CAS MODES heeft geselecteerd en gedeselecteerd . U keert nu terug naar het invoervenster CALCULATOR MODES. Druk nogmaals op de softmenutoets  om weer naar het normale beeldscherm van de rekenmachine terug te keren.

Uitleg van de CAS-instellingen

- Indep var: de onafhankelijke variabele voor CAS-toepassingen. Meestal $VX = 'X'$.
- Modulo: voor handelingen in modulaire rekenkunde heeft deze variabele de coëfficiënt of modulo van de rekenkundige ring (raadpleeg hoofdstuk 5 van de gebruikshandleiding van de rekenmachine).
- Numeric: als deze waarde is ingesteld, produceert de rekenmachine een numerieke uitkomst of een uitkomst met zwevende komma bij berekeningen.
- Approx: als deze waarde is ingesteld, gebruikt de modus Approximate numerieke uitkomsten bij berekeningen. Als deze niet is aangevinkt, staat de CAS in de modus Exact, die symbolische uitkomsten in algebraïsche berekeningen geeft.
- Complex: als deze waarde is ingesteld, zijn de handelingen voor complexe getallen actief. Als deze niet is aangevinkt, staat de CAS in de modus Real, d.w.z. dat de standaardwaarde dus berekeningen met reële getallen zijn. Raadpleeg hoofdstuk 4 voor handelingen met complexe getallen.
- Verbose: als deze waarde is ingesteld, wordt er gedetailleerde informatie bij bepaalde CAS-handelingen gegeven.
- Step/Step: als deze waarde is ingesteld, worden de uitkomsten stap voor stap gegeven voor bepaalde CAS-handelingen. Dit kan handig zijn om de tussenliggende stappen in sommeringen, afgeleiden, integralen,

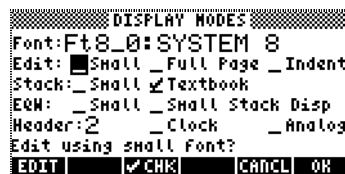
polynome handelingen (bijvoorbeeld synthetische delingen) en matrixhandelingen te bekijken.

- Incr Pow: Increasing Power (Oplopende machten) betekent dat als deze waarde is ingesteld, polynome termen worden weergegeven in oplopende volgorde van de machten van de onafhankelijke variabele.
- Rigorous: als deze waarde is ingesteld, zal de rekenmachine de absolute waardefunctie $|X|$ niet vereenvoudigen naar X .
- Simp Non-Rational: als deze waarde is ingesteld, probeert de rekenmachine niet-rationele uitdrukkingen zoveel mogelijk te vereenvoudigen.

Beeldschermmodi selecteren




Het beeldscherm van de rekenmachine kan naar wens worden aangepast door verschillende beeldschermmodi te selecteren. Zo krijgt u de mogelijke beeldscherminstellingen te zien:

- Druk eerst op de toets **MODE** om het invoervenster CALCULATOR MODES te activeren. Druk in het invoervenster CALCULATOR MODES op de softmenutoets **DISP** (**F4**) om het invoervenster DISPLAY MODES weer te geven.






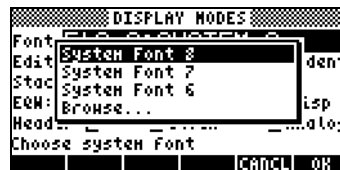
- Met de pijltjestoetsen kunt u door de vele opties van het invoervenster DISPLAY MODES navigeren: **◀** **▶** **▼** **▲**.
- Als u een van de bovenstaande aan te vinken instellingen wilt selecteren of deselecteren, moet u het onderliggende streepje voor de gewenste optie selecteren en op de softmenutoets **✓DISP** drukken totdat u de gewenste instelling krijgt. Als er een optie is geselecteerd, verschijnt er een vinkje op het onderliggende streepje (bijvoorbeeld de bovenstaande optie *Textbook* in de *Stapelgeheugen*-regel). De ongeselecteerde opties

hebben geen vinkje op het onderliggende streepje voor de gewenste optie (bijvoorbeeld de bovenstaande opties *_Small*, *_Full page*, en *_Indent*) in de bovenstaande *Edit*:-regel).


- Als u het lettertype voor het beeldscherm wilt selecteren, markeert u het veld voor de optie *Font*: in het invoerveld DISPLAY MODES en drukt u op de softmenutoets  (*F4*).
- Druk op de softmenutoets  als u alle gewenste opties in het invoervenster DISPLAY MODES heeft geselecteerd en gedeselecteerd. U keert nu terug naar het invoervenster CALCULATOR MODES. Druk nogmaals op de softmenutoets  om weer terug te keren naar het normale rekenmachinebeeldscherm.


Lettertype van het beeldscherm selecteren

Druk eerst op de toets  om het invoervenster CALCULATOR MODES te activeren. Druk in het invoervenster CALCULATOR MODES op de softmenutoets  (*F4*) om het invoervenster DISPLAY MODES weer te geven. Het veld *Font*: is gemarkeerd en de optie *Ft8_0:system 8* is geselecteerd. Dit is de standaardwaarde voor het lettertype van het beeldscherm. Door op de softmenutoets  (*F2*) te drukken, krijgt u een lijst met alle beschikbare systeemlettertypen, zie hieronder:






De beschikbare opties zijn drie standaard *System Fonts* (grootten 8, 7 en 6) en een optie *Browse...* Met deze laatste optie kunt u door het geheugen van de rekenmachine bladeren voor extra lettertypen die u heeft aangemaakt (zie hoofdstuk 23) of in de rekenmachine heeft gedownload.

Oefen in het wijzigen van het lettertype van het beeldscherm van grootte 7 naar 6. Druk op de softmenutoets OK om de selectie te bevestigen. Druk op de softmenutoets  als u een lettertype heeft geselecteerd om terug te

keren naar het invoervenster CALCULATOR MODES. , Druk nogmaals op de softmenutoets  om weer terug te keren naar het normale rekenmachinebeeldscherm. De stapelgeheugenweergave wijzigt en u ziet een ander lettertype.




Eigenschappen van de regeleditor selecteren

Druk eerst op de toets  om het invoervenster CALCULATOR MODES te activeren. Druk in het invoervenster CALCULATOR MODES op de softmenutoets  om het invoervenster DISPLAY MODES weer te geven. Druk een keer op de toets pijltje omlaag, , om naar de *Edit*-regel te gaan. In deze regel staan drie eigenschappen die kunnen worden aangepast. Als deze eigenschappen zijn geselecteerd (aangevinkt), worden de volgende effecten actief:

<i>_Small</i>	Het lettertype wordt gewijzigd naar klein
<i>_Full page</i>	De cursor wordt aan het eind van de regel geplaatst
<i>_Indent</i>	Automatische inspringing van de cursor als er een regelterugloop wordt ingevoerd

In hoofdstuk 2 van deze handleiding vindt u aanwijzingen over het gebruik van de regeleditor.

Eigenschappen van het stapelgeheugen selecteren

Druk eerst op de toets  om het invoervenster CALCULATOR MODES te activeren. Druk in het invoervenster CALCULATOR MODES op de softmenutoets  om het invoervenster DISPLAY MODES weer te geven. Druk een keer op de toets pijltje omlaag, , om naar de *Edit*-regel te gaan. In deze regel staan drie eigenschappen die kunnen worden aangepast. Als deze eigenschappen zijn geselecteerd (aangevinkt), worden de volgende effecten actief:

<i>_Small</i>	Het lettertype wordt gewijzigd naar klein. Zo staat er zoveel mogelijk informatie op het scherm. Let op, deze selectie overschrijft het lettertype voor de stapelgeheugen-weergave.
---------------	---

_Textbook De wiskundige uitdrukkingen worden in grafische wiskundige notatie weergegeven.

Ter illustratie van deze instellingen, zowel in de algebraïsche modus als de RPN-modus, kunt u de vergelijkingenschrijver gebruiken om de volgende definitieve integraal in te voeren:

\rightarrow EQW \rightarrow \int 0 \rightarrow ∞ \rightarrow e^x \rightarrow +/- \rightarrow X \rightarrow X ENTER

In de algebraïsche modus toont het volgende scherm het resultaat van deze toetsencombinaties terwijl **_Small** en **_Textbook** beide niet zijn geselecteerd:

```

: J(0,∞,EXP(-X),X)
1
+SKIP+SKIP+DEL DEL+DEL L INS

```

Als alleen de optie **_Small** is geselecteerd, ziet het beeldscherm er als volgt uit:

```

: J(0,∞,EXP(-X),X)
1
+SKIP+SKIP+DEL DEL+DEL L INS

```

Als de optie **_Textbook** is geselecteerd (standaardwaarde), ongeacht of de optie **_Small** is geselecteerd, geeft het beeldscherm het volgende resultaat weer:

```

: ∫₀^∞ e⁻ˣ dX
1
+SKIP+SKIP+DEL DEL+DEL L INS

```

Eigenschappen van de vergelijkingenschrijver (EQW) selecteren

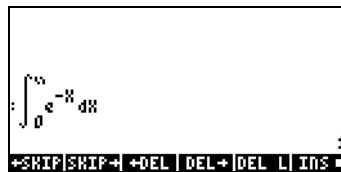
Druk eerst op de toets **MODE** om het invoervenster CALCULATOR MODES te activeren. Druk in het invoervenster CALCULATOR MODES op de softmenutoets **0000** (**F4**) om het invoervenster DISPLAY MODES weer te geven. Druk drie keer op de toets pijltje omlaag, ∇ , om naar de regel

EQW (Vergelijkingenschrijver) te gaan. In deze regel staan twee eigenschappen die kunnen worden aangepast. Als deze eigenschappen zijn geselecteerd (aangevinkt), worden de volgende effecten actief:

<code>_Small</code>	De grootte van het lettertype wordt gewijzigd naar klein tijdens het gebruik van de vergelijkingeneditor
<code>_Small Stack Disp</code>	Een klein lettertype wordt in het stapelgeheugen weergegeven na het gebruik van de vergelijkingeneditor

Elders in deze handleiding vindt u uitgebreide aanwijzingen over het gebruik van de vergelijkingeneditor (EQW).

In het bovenstaande voorbeeld van de integraal $\int_0^{\infty} e^{-x} dX$ krijgt u het volgende resultaat als u `_Small Stack Disp` selecteert in de EQW-regel van het invoervenster DISPLAY MODES:



The screenshot shows a calculator display with the integral result $\int_0^{\infty} e^{-x} dX$ displayed in a small font. Below the display, the calculator's status bar shows the text: `+SKIP|SKIP+|DEL|DEL+|DEL L|INS|`.

Referenties

Raadpleeg hoofdstuk 1 en Bijlage C in de gebruikshandleiding van de rekenmachine voor extra verwijzingen naar de onderwerpen die in dit hoofdstuk zijn besproken .

Hoofdstuk 2

Introductie van de rekenmachine

In dit hoofdstuk laten wij u een aantal basishandelingen van de rekenmachine zien, waaronder het gebruik van de Vergelijkingenschrijver en het bewerken van gegevensobjecten in de rekenmachine. Bestudeer de voorbeelden in dit hoofdstuk goed zodat u de functies van de rekenmachine in de toekomst optimaal kunt gebruiken.

Objecten van de rekenmachine

De meest gebruikte objecten zijn: *reële getallen* (echte getallen, geschreven met een punt, bijvoorbeeld -0.0023 , 3.56), *hele getallen* (geschreven zonder punt, bijvoorbeeld 1232 , -123212123), *complexe getallen* (geschreven als een geordend paar, bijvoorbeeld $(3,-2)$), *lijsten*, enz. Raadpleeg hoofdstuk 2 en 24 in de gebruikshandleiding van de rekenmachine voor meer informatie over rekenmachineobjecten.

Uitdrukkingen in het stapelgeheugen bewerken

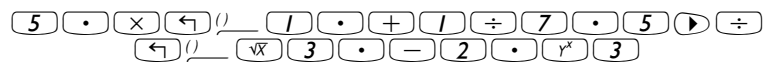
In deze paragraaf behandelen we voorbeelden van uitdrukkingen die direct in het beeldscherm van de rekenmachine of in het stapelgeheugen kunnen worden bewerkt.

Rekenkundige uitdrukkingen maken

Voor dit voorbeeld selecteren we de bedieningsmodus Algebraic en selecteren we de opmaak *Fix* met 3 decimalen voor het beeldscherm. We voeren de volgende rekenkundige uitdrukking in:

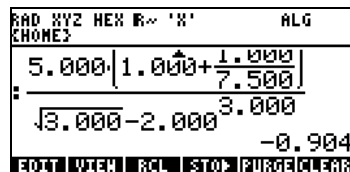
$$5.0 \cdot \frac{1.0 + \frac{7.5}{\sqrt{3.0 - 2.0^3}}}{7.5}$$

Voer deze uitdrukking in met de volgende toetsencombinaties:

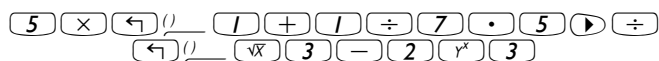


U krijgt dan de volgende uitdrukking: $5 \cdot (1 + 1/7.5) / (\sqrt[3]{3 \cdot 2^3})$.

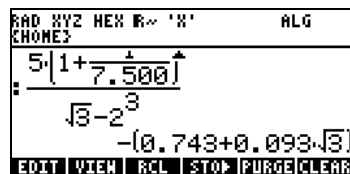
Druk op **ENTER** om de uitdrukking als volgt in het beeldscherm te krijgen:



U ziet dat als het CAS is ingesteld op EXACT (zie Bijlage C in de gebruikshandleiding) en u de uitdrukking met hele getallen invoert, het resultaat een symbolische hoeveelheid is, bijvoorbeeld:



Voordat de uitkomst wordt berekend, wordt u gevraagd de modus Approximate in te stellen. Accepteer de wijziging om de volgende uitkomst te krijgen (weergegeven met de decimalenmodus Fix met drie decimalen – zie hoofdstuk 1):



Als de uitdrukking rechtstreeks in het stapelgeheugen wordt ingevoerd, zal de rekenmachine in dit geval een waarde voor de uitdrukking proberen te berekenen als u op **ENTER** drukt. Als de uitdrukking tussen apostrofën wordt ingevoerd, zal de rekenmachine de uitdrukking echter weergeven zoals hij is ingevoerd. Bijvoorbeeld:



Het resultaat ziet er als volgt uit:

$$\frac{5 \cdot \left(1 + \frac{1}{7.5}\right)}{\sqrt{3} - 2^3}$$

Om de uitdrukking te evalueren, kunnen we de EVAL-functie als volgt gebruiken:

EVAL \leftarrow **ANS** **ENTER**

Als het CAS is ingesteld op *Exact*, wordt u gevraagd de wijziging van de CAS-instelling naar *Approx* goed te keuren. Als dit is gedaan, krijgt u hetzelfde resultaat als voorheen.

U kunt de uitdrukking tussen aanhalingstekens die eerder is ingevoerd ook evalueren door de optie **()** \rightarrow **NUM** gebruiken.

We voeren nu de bovenstaande uitdrukking in als de rekenmachine is ingesteld op de bedieningsmodus RPN. We stellen de CAS ook in op *Exact*, het beeldscherm op *Textbook* en de getallenweergave op *Standaard*. De toetsencombinaties waarmee u de uitdrukking tussen aanhalingstekens kunt invoeren, zijn dezelfde als die we eerder hebben gebruikt, dus:

(**5** ***** **(** **1** **+** **1** **÷** **7** **.** **5** **)** **÷**
(**(** **√X** **3** **-** **2** **y^x** **3** **ENTER**

Het resultaat ziet er als volgt uit:

$$\frac{5 \cdot \left(1 + \frac{1}{7.5}\right)}{\sqrt{3} - 2^3}$$

Druk een keer op **ENTER** om twee kopieën van de uitdrukking in het stapelgeheugen op te slaan voor evaluatie. We evalueren eerst de uitdrukking met de functie **EVAL** en vervolgens met de functie **→NUM**: **EVAL**.

Deze uitdrukking is semi-symbolisch, omdat er onderdelen met zwevende punten in de uitkomst staan, net als een $\sqrt{3}$. Daarna wijzigen we de locaties van het stapelgeheugen [d.m.v. **►**] en evalueren we met de functie **→NUM**, bijv., **►** **→NUM**.

De laatste uitkomst is puur numeriek, zodat de twee resultaten in het stapelgeheugen er anders uitzien, hoewel ze voor dezelfde uitdrukking staan. Om te controleren of ze inderdaad hetzelfde zijn, trekken we de twee waarden van elkaar af en evalueren we dit verschil met de functie **EVAL**: **—** **EVAL**. De uitkomst is nul (0.).

Raadpleeg hoofdstuk 2 in de gebruikshandleiding van de rekenmachine voor meer informatie over het bewerken van wiskundige uitdrukkingen in het beeldscherm of in het stapelgeheugen van de rekenmachine.

Algebraïsche uitdrukkingen maken

Algebraïsche uitdrukkingen omvatten niet alleen getallen, maar ook variabelennamen. Als voorbeeld voeren we de volgende algebraïsche uitdrukking in de rekenmachine in:

$$\frac{2L\sqrt{1+\frac{x}{R}}}{R+y} + 2\frac{L}{b}$$

We stellen de bedieningsmodus van de rekenmachine in op Algebraic, het CAS op *Exact* en het beeldscherm op *Textbook*. Voer deze algebraïsche uitdrukking in met de volgende toetsencombinaties:

2 **×** **ALPHA** **(L)** **×** **√X** **←** **(/)** **1** **+** **ALPHA** **←** **X** **÷** **ALPHA** **(R)** **►** **÷**
← **(/)** **ALPHA** **(R)** **+** **ALPHA** **←** **Y** **►** **+** **2** **×** **ALPHA** **(L)** **÷** **ALPHA** **←** **(B)**

Druk op **ENTER** voor het volgende resultaat:

The calculator screen displays the following text and expression:

```

RAD XYZ HEX R= 'X'      ALG
CHOME2
* R+y T-Δ-
2·L·√1+X/R + 2·L
R+y b
EDIT VIEW RCL STOP PURGE/CLEAR

```

Het invoeren van deze uitdrukking terwijl de rekenmachine is ingesteld op de RPN-modus, gebeurt op dezelfde manier als wanneer de rekenmachine in de modus Algebraic staat.

Raadpleeg hoofdstuk 2 in de gebruikshandleiding van de rekenmachine voor meer informatie over het bewerken van algebraïsche uitdrukkingen in het beeldscherm of in het stapelgeheugen van de rekenmachine.

De vergelijkingenschrijver (EQW) gebruiken om uitdrukkingen te maken

De vergelijkingenschrijver is een bijzonder handige voorziening waarmee u niet alleen een vergelijking kunt invoeren of bekijken, maar waarmee u functies ook kunt aanpassen en gebruiken/toepassen op de gehele vergelijking of delen daarvan.

U start de vergelijkingenschrijver door op de toetsencombinatie \rightarrow EQW (de derde toets in de vierde rij boven in het toetsenbord) te drukken. Het scherm wordt als volgt weergegeven. Druk op \rightarrow NXT voor de tweede menupagina:

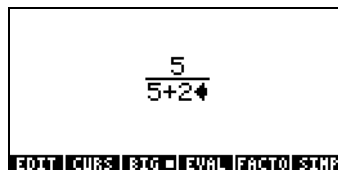


De zes softmenutoetsen voor de vergelijkingenschrijver activeren de functies EDIT, CURS, BIG, EVAL, FACTOR, SIMPLIFY, CMDS en HELP. Deze functies worden uitvoerig beschreven in hoofdstuk 3 in de gebruikshandleiding van de rekenmachine.

Rekenkundige uitdrukkingen maken

De manier waarop rekenkundige uitdrukkingen in de vergelijkingenschrijver worden ingevoerd, lijkt erg op de manier waarop een rekenkundige uitdrukking in het stapelgeheugen tussen aanhalingstekens wordt ingevoerd. Het grootste verschil is dat in de vergelijkingenschrijver de uitdrukkingen in de stijl "textbook" worden geschreven en niet in een regelinvoerstijl. Voer bijvoorbeeld de volgende toetsencombinaties in het scherm van de vergelijkingenschrijver: $5 \div 5 + 2$

De volgende uitdrukking wordt weergegeven:



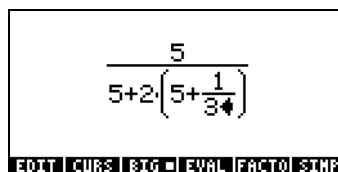
$$\frac{5}{5+2}$$

EDIT CURS BIG ■ EVAL FACTO SIMP

De cursor wordt weergegeven als een pijltje naar links. De cursor geeft de huidige bewerkingslocatie aan. Typ bijvoorbeeld bij de cursor op de bovenstaande locatie:

\times \leftarrow $\frac{1}{3}$ $5 + 1 \div 3$

De bewerkte uitdrukking ziet er als volgt uit:



$$\frac{5}{5+2 \cdot \left(5+\frac{1}{3}\right)}$$

EDIT CURS BIG ■ EVAL FACTO SIMP

Stel dat u de getallen tussen de haakjes in de noemer wilt vervangen (dus $5+1/3$) door $(5+\pi^2/2)$. We gebruiken eerst de deletetoets (\leftarrow) om de huidige uitdrukking $1/3$ te wissen en daarna vervangen we die breuk als volgt door $\pi^2/2$:

$\leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \pi \frac{\square}{2}$

Het scherm ziet er dan als volgt uit:

$$\frac{5}{5+2 \cdot (5+\pi^2)}$$

Om de noemer 2 in de uitdrukking in te voegen moeten we de volledige uitdrukking π^2 markeren. Dat doen we door een keer op de toets pijltje rechts (➡) te drukken. We voeren vervolgens de volgende toetsencombinatie in:

$$\div 2$$

De uitdrukking ziet er nu als volgt uit:

$$\frac{5}{5+2 \cdot \left(5+\frac{\pi^2}{2}\right)}$$

Stel dat u nu de breuk $1/3$ wilt toevoegen aan de gehele uitdrukking. U wilt dus de volgende uitdrukking invoeren:

$$\frac{5}{5+2 \cdot \left(5+\frac{\pi^2}{2}\right)} + \frac{1}{3}$$

We moeten eerst de volledige eerste term markeren door het pijltje rechts (➡) of het pijltje omhoog (⬆) herhaaldelijk in te drukken, totdat de gehele uitdrukking is gemarkeerd. In totaal moet u dus zeven keer drukken. Dat geeft het volgende resultaat:

$$\frac{5}{5+2\left(5+\frac{\pi^2}{2}\right)}$$

N.B.: een andere manier is om vanuit de oorspronkelijke positie van de cursor (rechts van de 2 in de noemer van $\pi^2/2$) de toetsencombinatie $\rightarrow \triangle$, geïnterpreteerd als $(\rightarrow \triangle)$ in te drukken.

Als de uitdrukking is gemarkeerd zoals hierboven, voert u $+ / \div 3$ in om de breuk $1/3$ toe te voegen. Het resultaat is:

$$\frac{5}{5+2\left(5+\frac{\pi^2}{2}\right)} + \frac{1}{3}$$

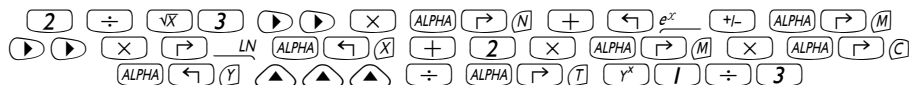
Algebraïsche uitdrukkingen maken

Een algebraïsche uitdrukking lijkt sterk op een rekenkundige uitdrukking, alleen kunnen er Nederlandse en Griekse letters in voorkomen. Het maken van een algebraïsche uitdrukking volgt daarom dezelfde lijn als die van het maken van een rekenkundige uitdrukking, alleen wordt er een alfabetisch toetsenbord gebruikt.

We gebruiken het volgende voorbeeld om het gebruik van de vergelijkingenschrijver voor het invoeren van een algebraïsche vergelijking te illustreren. Stel dat we de volgende uitdrukking willen invoeren:

$$\frac{2}{\sqrt{3}} \lambda + e^{-\mu} \cdot LN\left(\frac{x + 2\mu \cdot \Delta y}{\theta^{1/3}}\right)$$

Gebruik de volgende toetsencombinaties:



uitkomst:

In dit voorbeeld gebruiken we meerdere kleine Nederlandse letters, bijvoorbeeld x ((ALPHA) < (X)), enkele Griekse letters, bijvoorbeeld λ ((ALPHA) > (N)) en zelfs een combinatie van Griekse en Nederlandse letters, namelijk Δy ((ALPHA) > (C) (ALPHA) < (Y)). Om een kleine letter in te voeren, moet u de combinatie (ALPHA) < gebruiken gevolgd door de letter die u wilt invoeren. U kunt speciale tekens ook kopiëren door het menu CHARS ((>) CHARS) te gebruiken als u de betreffende toetsencombinaties niet uit uw hoofd wilt leren. In Appendix D van de gebruikshandleiding vindt u een lijst met veel gebruikte toetsencombinaties met (ALPHA) >.

Raadpleeg hoofdstuk 2 in de gebruikshandleiding van de rekenmachine voor meer informatie over het bewerken, evalueren, factoriseren en vereenvoudigen van algebraïsche uitdrukkingen.

Gegevens organiseren in de rekenmachine

U kunt de gegevens in de rekenmachine organiseren door variabelen in een directory-structuur op te slaan. De basis van de directory-structuur van de rekenmachine is de HOME-directory die we hierna zullen bespreken.

De HOME-directory

U komt in de HOME-directory door – zo vaak als nodig – op de functie UPDIR ((<) UPDIR) te drukken, totdat {HOME} in de tweede regel van de kop van het beeldscherm verschijnt. U kunt ook op < (vasthouden) UPDIR drukken. In dit voorbeeld bevat de HOME-directory alleen de CASDIR. Door op (VAR) te drukken, verschijnen de variabelen in de softmenu-toetsen:



Subdirectory's

Als u de gegevens in een goedgeorganiseerde directory-structuur wilt opslaan, kunt u subdirectory's aanmaken onder de HOME-directory, en meer subdirectory's binnen de subdirectory's. Deze hiërarchie van directory's lijkt op de mapstructuur in een computer. U kunt de subdirectory's namen geven die weergeven wat er in elke subdirectory staat, of een andere willekeurige naam. Raadpleeg hoofdstuk 2 in de gebruikshandleiding van de rekenmachine voor meer informatie over het bewerken van directory's.

Variabelen

Variabelen lijken op de bestanden in de harde schijf van een computer. Een variabele kan een object (numerieke waarden, algebraïsche uitdrukkingen, lijsten, vectoren, matrices, programma's, enz.) opslaan. Variabelen hebben namen die kunnen bestaan uit elke combinatie van alfabetische en numerieke tekens, maar die moeten beginnen met een letter (Nederlands of Grieks). De naam van een variabele mag ook enkele niet-alfabetische tekens bevatten, zoals het pijltje (\rightarrow), maar deze moeten wel met een alfabetisch teken worden gecombineerd. ' $\rightarrow A$ ' is dus een geldige variabelennaam, maar ' \rightarrow ' niet. Geldige voorbeelden van variabelennamen zijn: 'A', 'B', 'a', 'b', ' α ', ' β ', 'A1', 'AB12', ' $\rightarrow A12$ ', 'Vel', 'ZO', 'z1', enz.

Een variabele kan niet dezelfde naam krijgen als een functie van de rekenmachine. De volgende namen zijn gereserveerd voor de rekenmachine: ALRMDAT, CST, EQ, EXPR, IERR, IOPAR, MAXR, MINR, PICT, PPAR, PRTPAR, VPAR, ZPAR, der_, e, i, n1, n2, ..., s1, s2, ..., Σ DAT, Σ PAR, π , ∞ .

Variabelen kunnen worden georganiseerd in subdirectory's (raadpleeg hoofdstuk 2 in de gebruikshandleiding van de rekenmachine).

Variabelennamen invoeren

Als u variabelen wilt benoemen, moet u strings van letters achter elkaar invoeren, mogelijk in combinatie met getallen. Om strings met tekens in te voeren, kunt u het alfabetische toetsenbord als volgt vergrendelen:

α α vergrendelt het alfabetische toetsenbord voor hoofdletters. Als het toetsenbord op deze manier is vergrendeld, moet u op \rightarrow drukken voor kleine letters, terwijl u op \leftarrow moet drukken om met een lettertoets een speciaal teken te krijgen. Als het alfabetische toetsenbord al voor hoofdletters is vergrendeld, kunt u het voor kleine letters vergrendelen met \leftarrow α

α α \leftarrow α vergrendelt het toetsenbord voor kleine letters. Als het toetsenbord op deze manier is vergrendeld, moet u op \leftarrow drukken om met een lettertoets een hoofdletter te kunnen typen. Om de kleine letters te ontgrendelen, drukt u op \leftarrow α

Om de hoofdletters te ontgrendelen, drukt u op α

Probeer de volgende oefeningen:

α α M A T H \rightarrow
 α α M \leftarrow A \leftarrow T \leftarrow H \rightarrow
 α α M \leftarrow α A T \leftarrow H \rightarrow

de rekenmachine geeft het volgende weer (links de Algebraic-modus, rechts de RPN-modus):

RAD XYZ HEX R= 'X' ALG	RAD XYZ HEX R= 'X'
CHONE3	CHONE3
'Math'	5:
	6:
	7:
	8: 'MATH'
	9: 'Math'
	0: 'Math'
	1:
EDIT VIEW RCL STOP PURGE/CLEAR	EDIT VIEW RCL STOP PURGE/CLEAR

Variabelen maken

De eenvoudigste manier om een variabele te maken is met STOP . De volgende voorbeelden worden gebruikt om de variabelen in de volgende tabel op te slaan (druk op VAR om het variabelenmenu te bekijken):

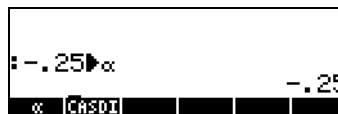
<i>Naam</i>	<i>Inhoud</i>	<i>Type</i>
α	-0.25	reëel
A12	3×10^5	reëel
Q	'r/(m+r)'	algebraïsch
R	[3,2,1]	vector
z1	3+5i	complex
p1	$\ll \rightarrow r \pi^* r^2 \gg$	programma

- De Algebraic-modus**

Zo slaat u de waarde -0.25 op in variabele α :
 $0 \cdot 2 5 +/- \text{STOP} \text{ALPHA} \rightarrow \text{A}$. Het scherm ziet er als volgt zo uit:



Druk op ENTER om de variabele te maken. De variabele wordt nu weergegeven in de labels van de softmenu-toets:



Dit zijn de toetsencombinaties voor de overgebleven variabelen:

A12: $3 \text{EEX} 5 \text{STOP} \text{ALPHA} \text{A} 1 2 \text{ENTER}$

Q: (' (ALPHA) (←) (R) (÷) (←) ()
 (ALPHA) (←) (M) (+) (ALPHA) (←) (R) (→) (→) (STO) (ALPHA) (Q) (ENTER)

R: (←) (I) (3) (→) (,) (2) (→) (,) (I) (→) (STO) (ALPHA) (R) (ENTER)

z1: (3) (+) (5) (×) (←) (I) (STO) (ALPHA) (←) (Z) (I) (ENTER) (Accepteer wijziging naar de modus *Complex* als hierom wordt gevraagd).

p1: (→) (←) (←) (→) (→) (ALPHA) (←) (R) (') (←) (π) (×)
 (ALPHA) (←) (R) (y^x) (2) (→) (→) (→) (STO) (ALPHA) (←) (P) (I) (ENTER) ..

Het scherm ziet er nu als volgt uit:



U ziet zes van de zeven variabelen die onder in het scherm worden vermeld: *p1*, *z1*, *R*, *Q*, *A12*, *α*.

- **De RPN-modus**

(Gebruik (MODE) (+/-) (M) om naar de RPN-modus te wijzigen). Gebruik de volgende toetsencombinaties om de waarde -0.25 in variabele *α* op te slaan: (0) (.) (2) (5) (+/-) (ENTER) (ALPHA) (→) (A) (ENTER). Het scherm ziet er nu als volgt uit:



Deze uitdrukking betekent dat de waarde -0.25 kan worden opgeslagen in *α*. Druk op (STO) om de variabele op te slaan. De variabele wordt nu weergegeven in de labels van de softmenu-toets:



We kunnen de waarde 3×10^5 op een snellere manier invoeren in A12: $\boxed{3} \boxed{EE} \boxed{5} \boxed{,} \boxed{ALPHA} \boxed{A} \boxed{1} \boxed{2} \boxed{ENTER} \boxed{STO} \blacktriangleright$

Zo kunt u de inhoud van Q invoeren:

Q: $\boxed{,} \boxed{ALPHA} \boxed{\leftarrow} \boxed{R} \boxed{\div} \boxed{\leftarrow} \boxed{,}$
 $\boxed{ALPHA} \boxed{\leftarrow} \boxed{M} \boxed{+} \boxed{ALPHA} \boxed{\leftarrow} \boxed{R} \boxed{\rightarrow} \boxed{\rightarrow} \boxed{,} \boxed{ALPHA} \boxed{Q} \boxed{ENTER} \boxed{STO} \blacktriangleright$

We kunnen de waarde R nog sneller invoeren:

R: $\boxed{\leftarrow} \boxed{,} \boxed{3} \boxed{SPC} \boxed{2} \boxed{SPC} \boxed{/} \boxed{\rightarrow} \boxed{,} \boxed{STO} \blacktriangleright$

De spatietoets (\boxed{SPC}) kan gebruikt worden om de elementen van een vector in de RPN-modus van elkaar te scheiden in plaats van met een komma ($\boxed{\rightarrow} \boxed{,}$), die in de Algebraïc-modus in het bovenstaande voorbeeld is gebruikt.

z1: $\boxed{,} \boxed{3} \boxed{+} \boxed{5} \boxed{\times} \boxed{\leftarrow} \boxed{,} \boxed{ALPHA} \boxed{\leftarrow} \boxed{Z} \boxed{/} \boxed{STO} \blacktriangleright$

p1: $\boxed{\rightarrow} \boxed{\ll} \boxed{\gg} \boxed{\rightarrow} \boxed{\rightarrow} \boxed{ALPHA} \boxed{\leftarrow} \boxed{R} \boxed{,} \boxed{\leftarrow} \boxed{\pi} \boxed{\times}$
 $\boxed{ALPHA} \boxed{\leftarrow} \boxed{R} \boxed{y^x} \boxed{2} \boxed{\rightarrow} \boxed{\rightarrow} \boxed{\rightarrow} \boxed{,} \boxed{ALPHA} \boxed{\leftarrow} \boxed{P} \boxed{/} \boxed{\rightarrow} \boxed{ENTER} \boxed{STO} \blacktriangleright$.

Het scherm ziet er nu als volgt uit:










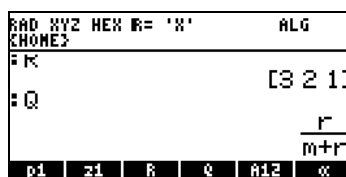
U ziet zes van de zeven variabelen die onder in het scherm worden vermeld: $p1$, $z1$, R , Q , $A12$, α .

Inhoud van variabelen controleren

De eenvoudigste manier om de inhoud van een variabele te controleren, is door op het label van de softmenutoets voor de variabele te drukken. Druk bijvoorbeeld voor de variabelen die hierboven worden vermeld op de volgende toetsen om de inhoud van de variabelen te bekijken:






De Algebraic-modus

Voer deze toetsencombinaties in:       . Het scherm ziet er nu als volgt uit:

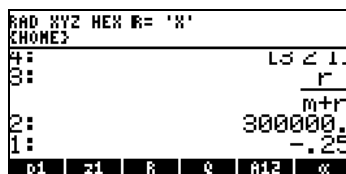


Label	Value
Z1	13.21
R	
Q	
A12	
alpha	

De RPN-modus

In de RPN-modus hoeft u alleen op het label van de bijbehorende softmenutoetsen te drukken om de inhoud van een numerieke of algebraïsche variabele te bekijken. In dit geval kunnen we proberen of we de inhoud van de variabelen $z1$, R , Q , $A12$ en α kunnen bekijken, die we hierboven hebben aangemaakt::      

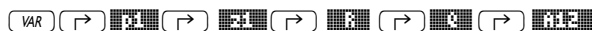
Het scherm ziet er nu als volgt uit:



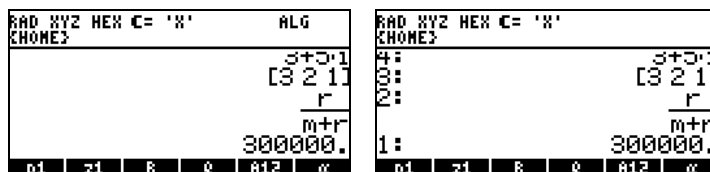
Label	Value
Z1	13.21
R	
Q	
A12	
alpha	

Toets rechts-shift gevolgd door labels van softmenutoetsen gebruiken

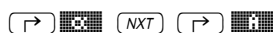
Deze manier voor het bekijken van de inhoud van een variabele werkt precies hetzelfde in de modi Algebraic en RPN. Probeer het volgende voorbeeld in beide modi:



Het scherm ziet er nu als volgt uit (links staat de Algebraic-modus, rechts de RPN-modus)

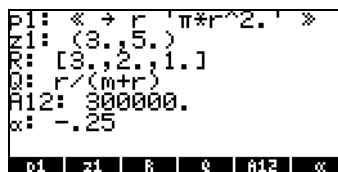


U ziet dat de inhoud van programma *p1* nu op het scherm worden weergegeven. U kunt de overgebleven variabelen in deze directory zien met:



Inhoud van alle variabelen op het scherm weergeven

Met de toetsencombinaties kunt u de inhoud van alle variabelen op het scherm weergeven. Bijvoorbeeld:



Druk op om naar het normale beeldscherm van de rekenmachine terug te keren.

Variabelen verwijderen

De eenvoudigste manier om een variabele te verwijderen, is met de functie PURGE. Deze functie is direct toegankelijk via het menu TOOLS () of via het menu FILES ().

De functie PURGE gebruiken in het stapelgeheugen in de Algebraic-modus

Onze lijst met variabelen bevat de variabelen *p1*, *z1*, *Q*, *R* en *alpha*. Met het commando PURGE wordt variabele *p1* verwijderd. Druk op

TOOL  VAR  ENTER

```

: PURGE('p1')
NOVAL

```

U kunt het commando `PURGE` gebruiken om meerdere variabelen te verwijderen door de namen in een lijst in het argument van `PURGE` te plaatsen. Als we bijvoorbeeld variabelen `R` en `Q` tegelijkertijd willen verwijderen, kunnen we de volgende oefening proberen. Druk op:

TOOL { } , VAR , , VAR

Het scherm geeft nu het volgende commando weer dat kan worden uitgevoerd:

```






: PURGE('p1')
PURGE((('R', 'Q'))) NOVAL
  z1  R  Q  α

```

Druk op **ENTER** om het verwijderen van de variabelen te voltooien. Het scherm geeft nu de overgebleven variabelen weer:

: PURGE('p1')						NOVAL
: PURGE(('R' 'Q'))						NOVAL
21	α					

De functie PURGE gebruiken in het stapelgeheugen in de RPN-modus

We gaan er vanuit dat onze lijst met variabelen de variabelen $p1$, $z1$, Q , R en α bevat. Met het commando PURGE wordt variabele $p1$ verwijderd. Druk op     . Het scherm laat nu zien dan variabele $p1$ is verwijderd:

```

4:
00:
00:
00:
1:
1:
EDIT VIEW STACK RCL PURGE CLEAR

```





Om twee variabelen tegelijkertijd te verwijderen, bijvoorbeeld variabelen R en Q , maken we eerst een lijst (in de RPN-modus hoeven de elementen in de lijst niet te worden gescheiden door komma's zoals in de Algebraic-modus).

Druk vervolgens op   om de variabelen te verwijderen.

Raadpleeg hoofdstuk 2 in de gebruikshandleiding van de rekenmachine voor meer informatie over het bewerken van variabelen.




De functies UNDO en CMD

De functies UNDO en CMD zijn handig voor het oproepen van recent gebruikte commando's of om een handeling terug te draaien als er een fout is gemaakt. Deze functies zitten onder de HIST-toets: UNDO wordt uitgevoerd met de toetsen   UNDO, terwijl CMD wordt uitgevoerd met de toetsencombinatie   CMD.

CHOOSE boxes en Soft-MENU

In sommige oefeningen in dit hoofdstuk hebben we menulijsten met commando's op het scherm gezien. Deze menulijsten noemen we ook wel *CHOOSE boxes*. De volgende oefening is bedoeld om u te laten zien u hoe u van CHOOSE boxes naar Soft-MENU's en andersom kunt wijzigen.

Hoewel we geen specifiek voorbeeld gebruiken, laat deze oefening de twee opties voor menu's in de rekenmachine zien (CHOOSE boxes en soft-MENU's). We gebruiken in deze oefening het commando ORDER om de variabelen te sorteren in een directory. Dit wordt als volgt gedaan in ALG-modus:

Toon menulijst PROG en selecteer MEMORY



Toon menulijst MEMORY en selecteer DIRECTORY



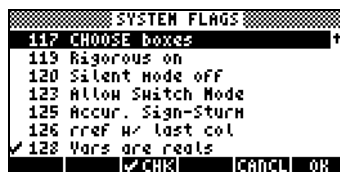
Toon menulijst DIRECTORY en selecteer ORDER



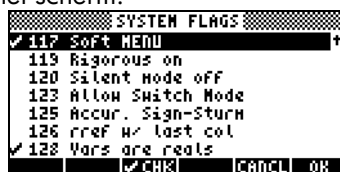
Activeer het commando ORDER

Er bestaat een andere manier om deze menu's te openen met *soft-MENU*-toetsen: door systeemvlag 117 in te stellen. (Raadpleeg hoofdstuk 2 en 24 in de gebruikshandleiding van de rekenmachine voor meer informatie over vlaggen). Probeer deze vlag als volgt in te stellen:


Het scherm geeft weer dat vlag 117 niet is ingesteld (*CHOOSE boxes*), zoals u hier kunt zien:



Druk op de softmenutoets  om vlag 117 in te stellen op *soft MENU*. U ziet deze wijziging op het scherm:



Tweemaal op  drukken om naar het normale beeldscherm van de rekenmachine terug te keren.

We proberen nu het commando ORDER te zoeken door gelijkwaardige toetsencombinaties te gebruiken zoals hierboven. We beginnen met  *PRG*. In plaats van een menulijst verschijnen er softmenulabels met verschillende opties in het menu PROG:



Druk op  om softmenu MEMORY () te selecteren. Het beeldscherm ziet er nu als volgt uit:



Druk op  om softmenu DIRECTORY () te selecteren.



Het commando ORDER verschijnt niet in het scherm. We gebruiken de toets **NXT** om het commando te zoeken:



We activeren het commando ORDER met de softmenutoets **F3** (**ORDER**).

Referenties

Raadpleeg hoofdstuk 2 in de gebruikshandleiding van de rekenmachine voor meer informatie over het invoeren en bewerken van uitdrukkingen in het beeldscherm of in de vergelijkingenschrijver. Raadpleeg Bijlage C in de gebruikshandleiding van de rekenmachine voor CAS-instellingen (Computer Algebraic System). Raadpleeg hoofdstuk 24 in de gebruikshandleiding van de rekenmachine voor meer informatie over vlaggen.

Hoofdstuk 3

Berekeningen met reële getallen

In dit hoofdstuk laten we het gebruik van de rekenmachine voor handelingen en functies met betrekking tot reële getallen zien. We gaan er vanuit dat de gebruiker bekend is met het toetsenbord zodat hij bepaalde functies op het toetsenbord herkent (bijvoorbeeld SIN, COS, TAN, enz.). We gaan er ook vanuit dat de lezer weet hoe hij het besturingssysteem van de rekenmachine kan wijzigen (hoofdstuk 1), menu's en kiesvakjes kan gebruiken (hoofdstuk 1) en met variabelen kan werken (hoofdstuk 2).

Voorbeelden van berekeningen met reële getallen

Bij berekeningen met reële getallen kan het CAS het beste worden ingesteld op de modus *Real* (en niet *Complex*). De modus *Exact* is de standaardmodus voor de meeste handelingen. U kunt uw berekeningen dus het beste op deze manier starten.

Hierna worden enkele handelingen met reële getallen geïllustreerd:

- Gebruik de toets $\boxed{+/-}$ om het merkteken van een getal te wijzigen.
Bijvoorbeeld in de ALG-modus, $\boxed{+/-} \boxed{2} \boxed{\cdot} \boxed{5} \boxed{ENTER}$.
In de RPN-modus bijvoorbeeld $\boxed{2} \boxed{\cdot} \boxed{5} \boxed{+/-}$.
- Gebruik de toets $\boxed{1/x}$ om de inversie van een getal te wijzigen.
Bijvoorbeeld in de ALG-modus $\boxed{1/x} \boxed{2} \boxed{ENTER}$.
Gebruik in de RPN-modus $\boxed{4} \boxed{ENTER} \boxed{1/x}$.
- Gebruik voor optellen, aftrekken, vermenigvuldigingen en delingen de juiste toets, namelijk $\boxed{+} \boxed{-} \boxed{\times} \boxed{\div}$.

Voorbeelden in de ALG-modus:

$\boxed{3}$	$\boxed{\cdot}$	$\boxed{7}$	$\boxed{+}$	$\boxed{5}$	$\boxed{\cdot}$	$\boxed{2}$	\boxed{ENTER}
$\boxed{6}$	$\boxed{\cdot}$	$\boxed{3}$	$\boxed{-}$	$\boxed{8}$	$\boxed{\cdot}$	$\boxed{5}$	\boxed{ENTER}
$\boxed{4}$	$\boxed{\cdot}$	$\boxed{2}$	$\boxed{\times}$	$\boxed{2}$	$\boxed{\cdot}$	$\boxed{5}$	\boxed{ENTER}
$\boxed{2}$	$\boxed{\cdot}$	$\boxed{3}$	$\boxed{\div}$	$\boxed{4}$	$\boxed{\cdot}$	$\boxed{5}$	\boxed{ENTER}

Voorbeelden in de RPN-modus:

3	•	7	ENTER	5	•	2	+
6	•	3	ENTER	8	•	5	−
4	•	2	ENTER	2	•	5	×
2	•	3	ENTER	4	•	5	÷

Daarnaast kunt u in de RPN-modus de operanden scheiden met een spatie (SPC) voordat u op de operator-toets drukt. Voorbeelden:

3	•	7	SPC	5	•	2	+
6	•	3	SPC	8	•	5	−
4	•	2	SPC	2	•	5	×
2	•	3	SPC	4	•	5	÷

- U kunt haakjes ([]) gebruiken om handelingen te groeperen, of om argumenten van functies in te sluiten.
In de ALG-modus:

[] 5 + 3 • 2 ► ÷ [] 7 −
 2 • 2 ENTER

In de RPN-modus hoeft u geen haakjes te gebruiken, de berekening wordt meteen in het stapelgeheugen uitgevoerd:

5 ENTER 3 • 2 ENTER + 7 ENTER 2 • 2 ENTER − ÷

Door de uitdrukking tussen aanhalingstekens in te voeren, kunt u in de RPN-modus de uitdrukking op dezelfde manier invoeren als in de Algebraïsch-modus invoeren:



[] [] 5 + 3 • 2 ► ÷
 [] 7 − 2 • 2 ENTER EVAL

Voor zowel de ALG- als de RPN-modus kunt u de vergelijkingenschrijver gebruiken:

EQW 5 + 3 • 2 ► ÷ 7 − 2 • 2








De uitdrukking kan worden geëvalueerd binnen de vergelijkingenschrijver door het gebruik van:



  of   








- De absolute waardefunctie, ABS, wordt verkregen via   .
Voorbeeld in de ALG-modus:



Voorbeeld in de RPN-modus:








- De kwadraatfunctie, SQ, wordt verkregen via   .
Voorbeeld in de ALG-modus:

Voorbeeld in de RPN-modus:



     

De vierkantswortelfunctie, $\sqrt{\quad}$, wordt verkregen via toets R. Bij het berekenen van de stapel in de ALG-modus, moet u de functie voor het argument invoeren. Bijvoorbeeld:

In de RPN-modus voert u eerst het getal in en daarna de functie. Bijvoorbeeld:

- De machtfunctie, \wedge , wordt verkregen via toets  . Bij het berekenen van de stapel in de ALG-modus, voert u de basis (y) in gevolgd door de toets  en daarna de exponent (x). Bijvoorbeeld:

$5 \cdot 2^{1/2} 5$ ENTER

In de RPN-modus voert u eerst het getal in en daarna de functie.
Bijvoorbeeld:

$5 \cdot 2$ ENTER $1 \cdot 2 5^{y^x}$

- De wortelfunctie, $XROOT(y,x)$, wordt verkregen via de toetsencombinatie $\rightarrow \sqrt[y]{x}$. Bij het berekenen van de stapel in de ALG-modus, moet u de functie XROOT gevolgd door de argumenten (y,x) en gescheiden door komma's invoeren. Bijvoorbeeld:

$\rightarrow \sqrt[y]{x}$ 3 \rightarrow , 2 7 ENTER

In de RPN-modus voert u eerst het argument y in, daarna x en als laatste de functie. Bijvoorbeeld:

2 7 ENTER 3 $\rightarrow \sqrt[y]{x}$

- Logaritmen met natuurlijk grondtal 10 worden berekend met de toetsencombinatie $\rightarrow \text{LOG}$ (functie LOG) terwijl de inverse functie (ALOG of antilogaritme) wordt berekend met $\leftarrow 10^x$. In de ALG-modus wordt de functie ingevoerd voor het argument:

$\rightarrow \text{LOG}$ 2 \cdot 4 5 ENTER
 $\leftarrow 10^x$ +/- 2 \cdot 3 ENTER

In de RPN-modus wordt het argument ingevoerd voor de functie:

2 \cdot 4 5 $\rightarrow \text{LOG}$
 2 \cdot 3 +/- $\leftarrow 10^x$

Tiende machten gebruiken om gegevens in te voeren

Tiende machten, dus getallen in de vorm $-4,5 \times 10^{-2}$, enz. worden ingevoerd met de toets EEX . Voorbeeld in de ALG-modus:

+/- 4 \cdot 5 EEX +/- 2 ENTER

Of in de RPN-modus:

4 \cdot 5 +/- EEX 2 +/- ENTER

- Natuurlijke logaritmen worden berekend met $\boxed{\rightarrow} \text{LN}$ (functie LN) terwijl de exponentiële functie (EXP) wordt berekend met $\boxed{\leftarrow} e^x$. In de ALG-modus wordt de functie voor het argument ingevoerd:

$\boxed{\rightarrow} \text{LN} \boxed{2} \boxed{\cdot} \boxed{4} \boxed{5} \boxed{\text{ENTER}}$
 $\boxed{\leftarrow} e^x \boxed{+/-} \boxed{2} \boxed{\cdot} \boxed{3} \boxed{\text{ENTER}}$

In de RPN-modus wordt het argument voor de functie ingevoerd:

$\boxed{2} \boxed{\cdot} \boxed{4} \boxed{5} \boxed{\text{ENTER}} \boxed{\rightarrow} \text{LN}$
 $\boxed{2} \boxed{\cdot} \boxed{3} \boxed{+/-} \boxed{\text{ENTER}} \boxed{\leftarrow} e^x$

- Er zijn drie trigonometrische functies in het toetsenbord beschikbaar: sinus ($\boxed{\text{SIN}}$), cosinus ($\boxed{\text{COS}}$) en tangens ($\boxed{\text{TAN}}$). De argumenten van deze functies zijn hoeken in graden, radialen en decimale graden. De volgende voorbeelden gebruiken hoeken in graden (DEG):

In de ALG-modus:

$\boxed{\text{SIN}} \boxed{3} \boxed{0} \boxed{\text{ENTER}}$
 $\boxed{\text{COS}} \boxed{4} \boxed{5} \boxed{\text{ENTER}}$
 $\boxed{\text{TAN}} \boxed{1} \boxed{3} \boxed{5} \boxed{\text{ENTER}}$

In de RPN-modus:

$\boxed{3} \boxed{0} \boxed{\text{SIN}}$
 $\boxed{4} \boxed{5} \boxed{\text{COS}}$
 $\boxed{1} \boxed{3} \boxed{5} \boxed{\text{TAN}}$

- De inverse trigonometrische functies in het toetsenbord zijn de boogsinus ($\boxed{\leftarrow} \text{ASIN}$), boogcosinus ($\boxed{\leftarrow} \text{ACOS}$) en boogtangens ($\boxed{\leftarrow} \text{ATAN}$). Het antwoord van deze functies wordt gegeven in de geselecteerde hoekmeting (DEG, RAD, GRD). Hieronder worden enkele voorbeelden gegeven:

In de ALG-modus:

$\boxed{\leftarrow} \text{ASIN} \boxed{0} \boxed{\cdot} \boxed{2} \boxed{5} \boxed{\text{ENTER}}$
 $\boxed{\leftarrow} \text{ACOS} \boxed{0} \boxed{\cdot} \boxed{8} \boxed{5} \boxed{\text{ENTER}}$
 $\boxed{\leftarrow} \text{ATAN} \boxed{1} \boxed{\cdot} \boxed{3} \boxed{5} \boxed{\text{ENTER}}$

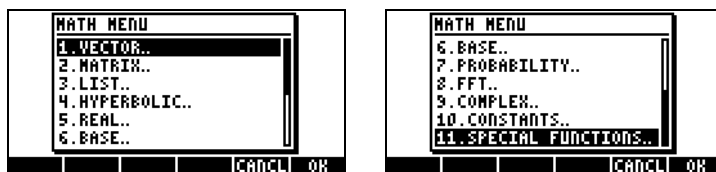
In de RPN-modus:

0	.	2	5	←	ASIN
0	.	8	5	←	ACOS
1	.	3	5	←	ATAN

Alle functies die hierboven worden beschreven, ABS, SQ, $\sqrt{}$, \wedge , XROOT, LOG, ALOG, LN, EXP, SIN, COS, TAN, ASIN, ACOS, ATAN, kunnen worden gecombineerd met de fundamentele handelingen (\oplus \ominus \otimes \oslash) om zo meer complexe uitdrukkingen te vormen. De vergelijkingenschrijver, die in hoofdstuk 2 wordt beschreven, is ideaal voor het maken van deze uitdrukkingen, ongeacht de bedieningsmodus van de rekenmachine.

Functies voor reële getallen in het menu MTH

Het menu MTH (\leftarrow MTH) bevat een aantal wiskundige functies die vooral toepasbaar zijn op reële getallen. Met systeemvlag 117 ingesteld op de standaardinstelling *CHOOSE boxes* (zie hoofdstuk 2), geeft het menu MTH de volgende functies weer:



De functies zijn geordend op het argumenttype (1. vectoren, 2. matrices, 3. lijsten, 7. waarschijnlijkheid, 9. complex) of op het functietype (4. hyperbolen, 5. reëel, 6. basis, 8. fft). Het bevat ook een invoer voor de wiskundige constanten die beschikbaar zijn in de rekenmachine, invoer 10.

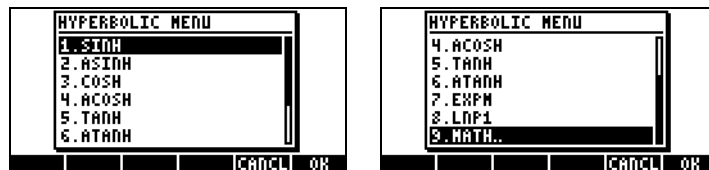
Let over het algemeen goed op het getal en de volgorde van de argumenten die nodig zijn voor elke functie. Vergeet ook niet dat in de ALG-modus u eerst de functie moet selecteren en daarna pas het argument moet invoeren. In de RPN-modus moet u daarentegen eerst het argument in de stapel invoeren en daarna de functie selecteren.

Rekenmachinemenu's gebruiken:

1. We bespreken hier uitvoerig het gebruik van het menu 4. *HYPERBOLIC..* om zo de algemene werking van de rekenmachinemenu's te laten zien. Let goed op bij de procedure voor het selecteren van verschillende opties.
2. Om snel een van de genummerde opties in een menulijst (of CHOOSE box) te selecteren, kunt u eenvoudig op het nummer voor de optie op het toetsenbord drukken. Druk op **4** als u bijvoorbeeld optie 4. *HYPERBOLIC..* in het menu MTH wilt selecteren.

Hyperbolische functies en de tegenwaarden

Als u optie 4. *HYPERBOLIC..* selecteert in het menu *MTH* en daarna op **OK** drukt, verschijnt het menu voor hyperbolische functies:



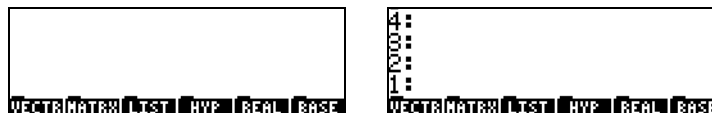
In de ALG-modus is de toetsencombinatie voor bijvoorbeeld $\tanh(2.5)$ de volgende:

← MTH **4** **OK** **5** **OK** **2** **.** **5** **ENTER**

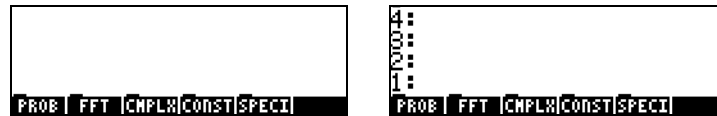
In de RPN-modus zijn de toetsencombinaties voor deze berekening de volgende:

2 **.** **5** **ENTER** **←** MTH **4** **OK** **5** **OK**

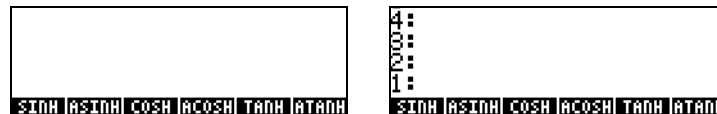
De bovenstaande handelingen gaan er vanuit dat u de standaardinstelling voor systeemvlag 117 (*CHOOSE boxes*) gebruikt. Als u de instelling van deze vlag heeft gewijzigd (zie hoofdstuk 2) naar *SOFT menu*, wordt het menu MTH als volgt weergegeven (links in de ALG-modus, rechts in de RPN-modus):



Als u op **NXT** drukt, worden de overgebleven opties weergegeven:



Als u bijvoorbeeld het menu voor hyperbolische functies wilt selecteren, drukt u met deze menuopmaak op **|||||** en dan krijgt u:



Als u tenslotte bijvoorbeeld de functie hyperbolische tangens (\tanh) wilt selecteren, drukt u op **|||||**.

N.B.: als u meer opties in deze softmenu's wilt bekijken, drukt u op de toets **NXT** of gebruikt u de toetsencombinatie **←** **PREV**.

Als u bijvoorbeeld $\tanh(2.5)$ in de ALG-modus wilt berekenen met de *SOFT-menu's* in plaats van de *CHOOSE boxes*, gaat u als volgt te werk:

← **MTH** **|||||** **|||||** **2** **.** **5** **ENTER**

In de RPN-modus wordt dezelfde waarde berekend met:

2 **.** **5** **ENTER** **←** **MTH** **|||||** **|||||**

Controleer als oefening van de toepassingen van hyperbolische functies de volgende waarden:

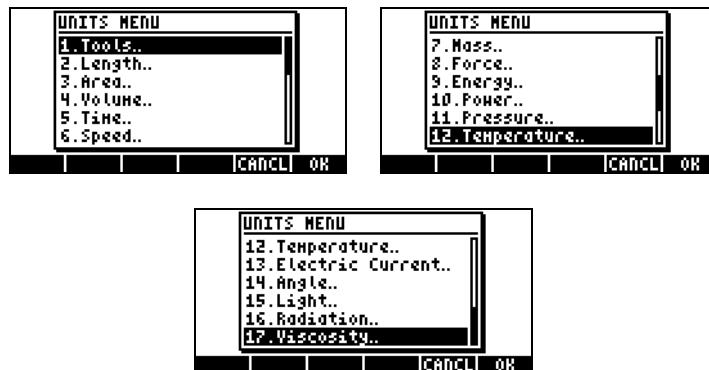
$\sinh(2.5) = 6.05020..$	$\operatorname{asinh}(2.0) = 1.4436...$
$\cosh(2.5) = 6.13228..$	$\operatorname{acosh}(2.0) = 1.3169...$
$\tanh(2.5) = 0.98661..$	$\operatorname{atanh}(0.2) = 0.2027...$
$\operatorname{expm}(2.0) = 6.38905....$	$\operatorname{lnp1}(1.0) = 0.69314....$

Handelingen met eenheden

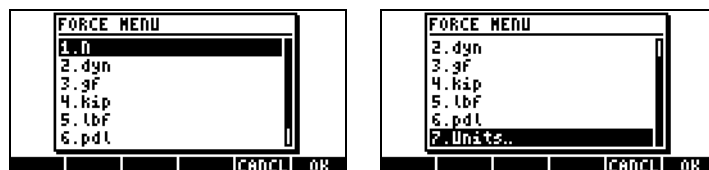
De getallen in de rekenmachine kunnen worden ingesteld op eenheden. Het is dus mogelijk om uitkomsten te berekenen met een consistent eenhedensysteem en een uitkomst te produceren met de juiste eenhedencombinatie.

Het menu UNITS

Het menu Units wordt geactiveerd met de toetsencombinatie \rightarrow UNITS (behorend bij de toets \rightarrow 6). Als systeemvlag 117 is ingesteld op *CHOOSE boxes*, wordt het volgende menu weergegeven:



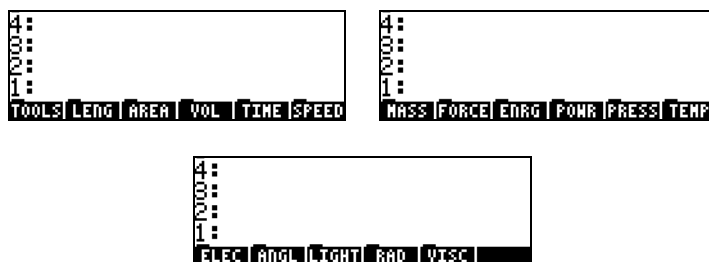
Optie 1. *Tools..* bevat functies die op eenheden werken (dit wordt later besproken). Opties 2. *Length..* tot en met 17. *Viscosity..* bevatten menu's met een aantal eenheden voor de beschreven hoeveelheden. Als u bijvoorbeeld optie 8. *Force..* selecteert, wordt het volgende eenhedenmenu weergegeven:



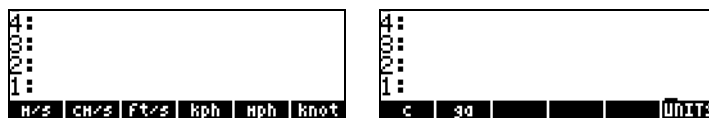
De gebruiker herkent de meeste eenheden (sommige eenheden, bijvoorbeeld dyne, worden tegenwoordig niet meer vaak gebruikt) uit de lessen natuurkunde. *N* = newton, *dyn* = dyne, *gf* = gramkracht (als onderscheid van grammassa of gewoon gram, een massa-eenheid), *kip* = kilopond (1000 pond), *lbf* = pondkracht (als onderscheid van pondmassa), *pdl* = poundal.

Om een eenheidobject aan een getal te koppelen, moet het getal worden gevolgd door een onderliggend streepje. Een kracht van 5 N wordt dus ingevoerd als 5_N.

Voor uitgebreide handelingen met eenheden bieden SOFT-menu's een handigere manier voor het koppelen van eenheden. Wijzig systeemvlag 117 naar SOFT-menu's (zie hoofdstuk 2) en gebruik de toetsencombinatie \rightarrow UNITS voor de volgende menu's. Druk op NXT om naar de volgende menupagina te bladeren.

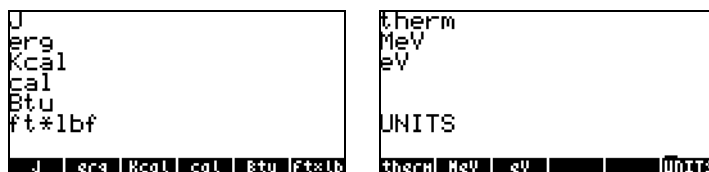


Door op de juiste softmenutoets te drukken, wordt het submenu geopend met eenheden voor die specifieke selectie. Voor het submenu \rightarrow zijn bijvoorbeeld de volgende eenheden beschikbaar:



Door op de softmenutoets \rightarrow te drukken, keert u terug naar het menu UNITS.

We hebben al gezien dat u alle menulabels op het scherm kunt weergegeven door middel van \rightarrow ∇ . Voor de **CHOOSE**-verzameling eenheden worden de volgende eenheden weergegeven:



N.B.: gebruik de toets **NXT** van de toetsencombinatie \leftarrow **PREV** om door de menu's te bladeren.

Beschikbare eenheden

Raadpleeg hoofdstuk 3 in de gebruikshandleiding van de rekenmachine voor een volledige lijst met beschikbare eenheden.

Eenheden aan getallen koppelen

Om een eenheidobject aan een getal te koppelen, moet het getal worden gevolgd door een onderliggend streepje (\rightarrow $\underline{\quad}$, toets (8,5)). Een kracht van 5 N wordt dus ingevoerd als 5_N.

Hier de procedure om dit getal in te voeren in de ALG-modus, waarbij systeemvlag 117 is ingesteld op **CHOOSE** boxes:

5 \rightarrow $\underline{\quad}$ \rightarrow **UNITS** 8 **OK** **OK** **ENTER**

N.B.: als u het onderliggende streepje vergeet, bestaat het resultaat uit de uitdrukking $5*N$, waarbij N staat voor een mogelijke variabelennaam en niet Newton.

Als u dezelfde hoeveelheid wilt invoeren met de rekenmachine in de RPN-modus, gebruikt u de volgende toetsencombinatie:

5 \rightarrow **UNITS** 8 **OK** **OK**

Het onderliggende streepje wordt automatisch ingevoegd als de RPN-modus actief is.

We laten u nu de toetsencombinatie zien voor het invoeren van eenheden terwijl de optie *SOFT-menu* is geselecteerd. Deze combinatie geldt zowel voor de ALG- als de RPN-modus. Gebruik bijvoorbeeld in de ALG-modus voor het invoeren van de hoeveelheid 5_N:

5 [→] — [→] UNITS [NXT] [0000] [1] [ENTER]

Voor dezelfde hoeveelheid in de RPN-modus wordt de volgende toetsencombinatie gebruikt:

5 [→] UNITS [NXT] [0000] [1]

N.B.: u kunt een hoeveelheid met eenheden invoeren door het onderliggende streepje en de eenheden in te voeren met het [ALPHA] -toetsenbord, 5 [→] — [ALPHA] [N] zal bijvoorbeeld het volgende opleveren: 5_N

Eenheidsprefixen

U kunt prefixen invoeren voor eenheden aan de hand van de volgende tabel met prefixen uit het SI-systeem. De afkorting van het prefix wordt eerst gegeven, gevolgd door de naam en de exponent x in de factor 10^x overeenkomstig elke prefix.

Prefix	Naam	x	Prefix	Naam	x
Y	yotta	+24	d	deci	-1
Z	zetta	+21	c	centi	-2
E	exa	+18	m	milli	-3
P	peta	+15	μ	micro	-6
T	tera	+12	n	nano	-9
G	giga	+9	p	pico	-12
M	mega	+6	f	femto	-15

k,K	kilo	+3	a	atto	-18
h,H	hecto	+2	z	zepto	-21
D(*)	deka	+1	y	yocto	-24

(*) In het SI-systeem is dit prefix *da* en geen *D*. Gebruik D echter voor deka in de rekenmachine.

Om deze prefixen in te voeren, typt u het prefix met het **ALPHA**-toetsenbord in. Gebruik bijvoorbeeld voor 123 pm (picometer):

1 **2** **3** **→** **_** **ALPHA** **←** **P** **ALPHA** **←** **M**

Als u UBASE (voer de naam in) gebruikt om te converteren naar de standaardeenheid (1 m), krijgt u:

```
:123.1_pm          123_pm
:UBASE(ANS(1))
.000000000123_m
CONVEUBASE|UVAL|UFACT|UNIT|UNITS
```

Handelingen met eenheden

Hier volgen enkele voorbeelden van berekeningen met de ALG-modus. Let er wel op dat u bij vermenigvuldigingen en delingen met eenheden elke hoeveelheid met de eenheden tussen haakjes moet zetten. Het product $12.5\text{m} \times 5.2\text{ yd}$, moet als volgt worden ingevoerd: $(12.5_m) \times (5.2_yd)$ **ENTER**

```
:12.5_m*5.2_yd      65_(m*yd)
CONVEUBASE|UVAL|UFACT|UNIT|UNITS
```

dit wordt weergegeven als 65_(m.yd). Als u eenheden wilt omzetten naar het SI-systeem, moet u de functie UBASE gebruiken (u vindt deze functie met de commandocatalogus, **→** **_CAT**):

```

RAD XYZ HEX R= 'X'      ALG
[HOME]
: 12.5_m 5.2_yd          65_(m.yd)
: UBASE(ANS(1))           59.436_m^2
CONV[UBASE] UVAL [UFACT] UNIT UNITS

```

N.B.: Let op: de variabele ANS(1) is beschikbaar via de toetsencombinatie \leftarrow ANS (behorend bij de toets ENTER).

Als u een deling wilt berekenen, bijvoorbeeld 3250 mi / 50 h, voert u dit als volgt in

$(3250_mi)/(50_h)$ ENTER

Omgezet in SI-eenheden, met de functie UBASE, geeft dit:

```

: UBASE(ANS(1))          h
                        29.0576_m
CONV[UBASE] UVAL [UFACT] UNIT UNITS

```

Optellen en aftrekken kan in de ALG-modus worden uitgevoerd zonder haakjes te gebruiken. 5 m + 3200 mm kan bijvoorbeeld worden ingevoerd als:

$5_m + 3200_mm$ ENTER.

Bij ingewikkeldere uitdrukkingen moet u wel haakjes gebruiken, bijvoorbeeld:

$(12_mm)*(1_cm^2)/(2_s)$ ENTER:

Bij stapelberekeningen in de RPN-modus hoeft u de verschillende termen niet tussen haakjes te zetten. Bijvoorbeeld:

12 $\left[\frac{\square}{\square} \right]$ 1.5 $\left[\frac{\square}{\square} \right]$ $\left[\times \right]$
 3250 $\left[\frac{\square}{\square} \right]$ 50 $\left[\frac{\square}{\square} \right]$ $\left[\div \right]$

Deze handelingen geven de volgende uitkomst:



Eenheidconversies

Het menu UNITS bevat een submenu TOOLS met de volgende functies:

- CONVERT(x,y): zet eenheidobject x om in eenheden van object y
- UBASE(x): zet eenheidobject x om in SI-eenheden
- UVAL(x): trekt de waarde van eenheidobject x af
- UFACT(x,y): factoriseert eenheid y van eenheidobject x
- UNIT(x,y): combineert de waarde van x met de eenheden van y

Voorbeelden van de functie CONVERT worden hieronder weergegeven. Voorbeelden van de andere functies UNIT/TOOLS staan in hoofdstuk 3 van de gebruikshandleiding van de rekenmachine.

Om bijvoorbeeld 33 watt om te zetten in calorie kunt u een van de volgende invoeren gebruiken:

CONVERT(33_W,1_hp) ENTER
 CONVERT(33_W,11_hp) ENTER

Fysische constanten in de rekenmachine

De fysische constanten van de rekenmachine staan in een *constants library*, die met het commando CONLIB kan worden geactiveerd. Om dit commando te activeren, voert u het volgende in het stapelgeheugen: ALPHA ALPHA C O N L I B ENTER of u kunt het commando CONLIB als volgt uit de commandocatalogus selecteren: Open eerst de catalogus met: ↵ CAT ALPHA C. Gebruik daarna de pijltjes omhoog en omlaag ▲ ▼ om CONLIB te selecteren. Druk tenslotte op de softmenutoets F6 [ON/OFF]. Druk indien nodig op ENTER. Gebruik de pijltjes omhoog en omlaag ▲ ▼ om door de lijst constanten in uw rekenmachine te bladeren.

De softmenutoetsen die bij het scherm CONSTANTS LIBRARY behoren, bestaan onder meer uit de volgende functies:

- SI als deze functie is geselecteerd, worden de waarden van de constanten in SI-eenheden weergegeven (*)
- ENGL als deze functie is geselecteerd, worden de waarden van de constanten in Engelse eenheden weergegeven (*)
- UNIT als deze functie is geselecteerd, worden de constanten met gekoppelde eenheden weergegeven (*)
- VALUE als deze functie is geselecteerd, worden de constanten zonder eenheden weergegeven
- STK kopieert de waarde (met of zonder eenheden) naar de stapel
- QUIT sluit de constantenbibliotheek af

(*) Wordt alleen geactiveerd als de optie VALUE is geselecteerd.

Zo ziet het bovenste deel van het scherm van de CONSTANTS LIBRARY eruit als de optie VALUE is geselecteerd (eenheden in het SI-systeem):

```

CONSTANTS LIBRARY
NA: 6.0221367E23_1/mol
k: 1.380658E-23_J/K
Vm: 22.4141_1/mol
R: 8.31451_J/(mol*K)
StdT: 273.15_K
StdP: 101.325_kPa
SI ENGL UNIT VALUE ←STK QUIT

```

, Druk op de optie **ENGL** als u de waarden van de constanten in het Engelse (Imperiaal) systeem wilt bekijken:

```

CONSTANTS LIBRARY
NA: 6.0221367E23_1/mol
k: 7.270069E-27_Btu/...
Vm: 359.0394_ft^3/lb...
R: 10.73164_psi*ft^3...
StdT: 491.67_°R
StdP: 14.6959_psi
SI ENGL UNIT VALUE ←STK QUIT

```

Als we de optie UNITS deselecteren (druk op **UNIT**), worden alleen de waarden weergegeven (in dit geval zijn de Engelse eenheden geselecteerd):

```

CONSTANTS LIBRARY
NPI: 6.0221367E23
k: 7.270069E-27
Vm: 359.0394
R: 10.73164
StdT: 491.67
StdP: 14.6959
SI ENGL=UNITS|VALU=|<STR|QUIT

```

Als u de waarde van Vm naar het stapelgeheugen wilt kopiëren, selecteert u de naam van de variabele en drukt u op **STN** en daarna op **QUIT**. Als de rekenmachine is ingesteld op ALG, ziet het scherm er als volgt uit:

```

: CONLIB          Vm: 359.0394
CASCM|HELP|

```

Het beeldscherm geeft de zogenaamde *gelabelde waarde* weer, Vm: 359.0394. Hier is Vm de *tag* van deze uitkomst. Elke rekenkundige handeling met dit getal zal de tag negeren. Probeer bijvoorbeeld:

LN **2** **x** **ANS** **ENTER**

dat geeft het volgende:

```

: CONLIB          Vm: 359.0394
: LN(2*ANS(1))    6.57657931233
CASCM|HELP|

```

Voor dezelfde handeling in de RPN-modus is de volgende toetsencombinatie vereist (nadat de waarde van Vm uit de constantenbibliotheek is opgehaald):

2 **ENTER** **x** **LN**

Functies definiëren en gebruiken

Gebruikers kunnen hun eigen functies definiëren door het commando DEFINE te gebruiken dat via de toetsencombinatie **DEF** wordt opgeroepen (behorende bij de toets **2**). De functie moet op de volgende manier worden ingevoerd.

Functie_naam(argumenten) = uitdrukking_met_argumenten

We kunnen bijvoorbeeld een eenvoudige functie definiëren

$$H(x) = \ln(x+1) + \exp(-x)$$

Stel dat u deze functie moet evalueren voor een aantal discrete waarden en u wilt daarom het resultaat met een enkele toets kunnen oproepen, zonder dat u de uitdrukking aan de rechterzijde voor elke afzonderlijke waarde hoeft in te voeren. In het volgende voorbeeld gaan we er vanuit dat uw rekenmachine in de ALG-modus staat. Voer de volgende toetsencombinatie in:



Het scherm ziet er nu als volgt uit:

```

:DEFINE('H(X)=LN(X+1)+e^X')
NOVAL
+SKIP+SKIP+DEL+DEL+DEL+LINS

```

Door op de toets **VAR** te drukken, ziet u dat er een nieuwe variabele in uw softmenutoets (**VAR**) staat. Druk op **VAR** als u de inhoud van deze variabele wilt bekijken. Het scherm ziet er nu als volgt uit:

```

RAD XYZ HEX R= 'X'      ALG
[HOME]
:DEFINE('H(X)=LN(X+1)+e^X')
NOVAL
* - x 'LN(X+1)+EXP(X)'
H | PPAR | CASDI |

```

De variabele H bevat een programma dat wordt gedefinieerd door:

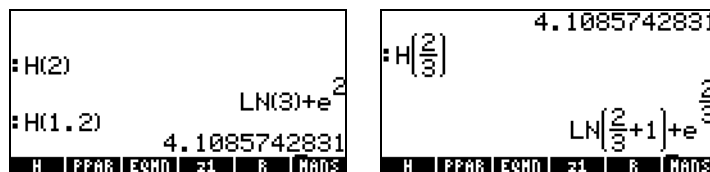
```
<< -> x 'LN(x+1) + EXP(x)' >>
```

Dit is een eenvoudig programma in de standaard programmeertaal van de serie HP 48 G, dat ook in de serie HP 49 G is opgenomen. Deze programmeertaal heet UserRPL (zie hoofdstuk 20 en 21 in de gebruikshandleiding van de rekenmachine). Het bovenstaande programma is vrij eenvoudig en bestaat uit twee delen tussen de programmacontainers << >>:

- Invoer: $\rightarrow x \rightarrow \times$
- Proces: 'LN(x+1) + EXP(x) '

Dit kan worden geïnterpreteerd als: voer een waarde in die tijdelijk de aanduiding x krijgt (een zogenaamde lokale variabele), evalueer de uitdrukking tussen aanhalingstekens die die lokale variabele bevat en toon de geëvalueerde uitdrukking.

U activeert de functie in de ALG-modus door de naam van de functie in te voeren, gevolgd door het argument tussen haakjes, bijvoorbeeld $\text{H}(\text{2})$. Hieronder worden enkele voorbeelden weergegeven:



In de RPN-modus moet u het argument eerst invoeren om de functie te activeren en daarna op de softmenutoets drukken die bij de variabelennaam hoort H . Probeer bijvoorbeeld het volgende: $2 \text{ ENTER } \text{H}$. De andere bovenstaande voorbeelden kunnen als volgt worden ingevoerd: $1 \div 2 \text{ ENTER } \text{H}$, $2 \text{ ENTER } 3 \div \text{H}$.

Referentie

Raadpleeg hoofdstuk 3 in de gebruikshandleiding voor meer informatie over reële getallen met de rekenmachine.

Hoofdstuk 4

Berekeningen met complexe getallen

In dit hoofdstuk laten wij voorbeelden zien van berekeningen en toepassingen van functies voor complexe getallen.

Definities

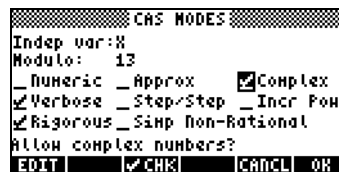
Een complex getal z wordt geschreven als $z = x + iy$, (Cartesische vorm) waarbij x en y reële getallen zijn en i de denkbeeldige eenheid is die wordt gedefinieerd door $i^2 = -1$. Het getal heeft een *reëel deel*, $x = \text{Re}(z)$ en een *denkbeeldig deel*, $y = \text{Im}(z)$. De *polaire vorm* van een complex getal is $z = re^{i\theta} = r \cdot \cos\theta + i r \cdot \sin\theta$, waarbij $r = |z| = \sqrt{x^2 + y^2}$ de *modulus* van het complexe getal z is, en $\theta = \text{Arg}(z) = \arctan(y/x)$ het *argument* van het complexe getal z is. De *complexe geconjugeerde grootte* van een complex getal $z = x + iy = re^{i\theta}$, bestaat uit $\bar{z} = x - iy = re^{-i\theta}$. De *negatieve waarde* van z , $-z = -x - iy = -re^{i\theta}$, kan worden gezien als een weergave van z over de oorsprong.


De rekenmachine in de modus COMPLEX instellen

Om met complexe getallen te werken, moet u de modus CAS complex selecteren.



De modus COMPLEX wordt geselecteerd als in het scherm CAS MODES de optie *_Complex* aangevinkt is, dus



Druk twee keer op  om terug te keren naar de stapel.

Complexe getallen invoeren

Complexe getallen kunnen in de rekenmachine op een van de twee Cartesische weergaven worden ingevoerd, namelijk $x+iy$ of (x,y) . De resultaten in de rekenmachine worden weergegeven in de opmaak geordend paar, dus (x,y) . Als de rekenmachine bijvoorbeeld in de ALG-modus staat, wordt het complexe getal $(3.5,-1.2)$ ingevoerd als:

$\left(\leftarrow\right) (/) \underline{\hspace{1cm}} 3 \cdot 5 \left(\rightarrow\right) \underline{\hspace{1cm}}, +/- \underline{\hspace{1cm}} 1 \cdot 2 \left(\rightarrow\right) \text{ENTER}$

Een complex getal kan ook worden ingevoerd in de vorm $x+iy$. In de ALG-modus wordt $3.5-1.2i$ ingevoerd als (accepteer moduswijzigingen):

$3 \cdot 5 - 1 \cdot 2 \times \left(\leftarrow\right) i \underline{\hspace{1cm}} \text{ENTER}$

In de RPN-modus kunt u deze getallen invoeren met de volgende toetsencombinatie:

$\left(\leftarrow\right) (/) \underline{\hspace{1cm}} 3 \cdot 5 \left(\rightarrow\right) \underline{\hspace{1cm}}, 1 \cdot 2 +/- \text{ENTER}$

(U ziet dat de toets verander-teken wordt ingevoerd na het cijfer 1.2. Dit is dus anders dan bij de oefening in de ALG-modus) en

$\left(\leftarrow\right) \underline{\hspace{1cm}} 3 \cdot 5 - 1 \cdot 2 \times \left(\leftarrow\right) i \underline{\hspace{1cm}} \text{ENTER}$

(U ziet dat u een apostrof moet invoeren voordat u het getal $3.5-1.2i$ in de RPN-modus invoert).

Gebruik voor het invoeren van het denkbeeldige getal van de eenheid : $\left(\leftarrow\right) i \underline{\hspace{1cm}}$ (de toets I).

Polaire weergave van een complex getal

De polaire weergave van het complexe getal $3.5-1.2i$, dat hierboven werd ingevoerd, krijgt u door het coördinatenstelsel te wijzigen naar cilindrisch of polair (met de functie CYLIN). U vindt deze functie in de catalogus ($\left(\rightarrow\right) \text{CAT}$). U kunt de coördinaat ook naar POLAIR veranderen met H. Als u naar polaire

coördinaat verandert met de hoekmeting in radialen, wordt het resultaat als volgt weergegeven:

```

4:
3:
2:
1: (3.7,∠.330297354829)
EDIT|VIEW|STACK|RCL|PURGE|CLEAR

```

Het bovenstaande resultaat geeft een grootte, 3.7, en een hoek, 0.33029... aan. Het hoeksymbool (\angle) wordt voor de hoekmeting gegeven.

U keert terug naar Cartesische of rechthoekige coördinaten met de functie RECT (deze staan in de catalogus, \rightarrow CAT). Een complex getal in de polaire weergave wordt geschreven als $z = r \cdot e^{i\theta}$. U kunt dit complexe getal in de rekenmachine invoeren door een geordend paar in de vorm $(r, \angle\theta)$ te gebruiken. Het hoeksymbool (\angle) kan worden ingevoerd als $\text{ALPHA} \rightarrow \text{6}$. Het complexe getal $z = 5.2e^{1.5i}$, kan als volgt worden ingevoerd (de afbeeldingen geven het RPN-stapelgeheugen weer, voordat en nadat het getal is ingevoerd):

<pre> 3: 2: 1: (5.2,∠1.5) EDIT VIEW STACK RCL PURGE CLEAR </pre>	<pre> 4: 3: 2: (3.5,1.2) 1: (.367833448672,5.18) EDIT VIEW STACK RCL PURGE CLEAR </pre>
--	---

Omdat het coördinatenstelsel is ingesteld op rechthoekig (of Cartesisch), zet de rekenmachine het getal automatisch om in Cartesische coördinaten, dus $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$, wat in dit geval resulteert in $(0.3678..., 5.18...)$.

Als echter het coördinatenstelsel is ingesteld op cilindrische coördinaten (met CYLIN), dan zal het invoeren van een complex getal (x,y) , waarbij x en y reële getallen zijn, een polaire weergave opleveren. Voer bijvoorbeeld in de cilindrische coördinaten het getal $(3.,2.)$ in. In de onderstaande afbeelding ziet u het RPN-stapelgeheugen, voordat en nadat dit getal is ingevoerd.

<pre> 3: 2: 1: (3.,2. EDIT VIEW RCL STOP PURGE CLEAR </pre>	<pre> 4: 3: 2: 1: (3.60555127546,∠.58) EDIT VIEW RCL STOP PURGE CLEAR </pre>
---	--

Eenvoudige handelingen met complexe getallen

Complexe getallen kunnen worden gecombineerd met vier fundamentele handelingen ($+$, $-$, \times , \div). De resultaten volgen de algebraïsche regels onder voorbehoud dat $i^2 = -1$. Handelingen met complexe getallen lijken op handelingen met reële getallen. Met de rekenmachine bijvoorbeeld in de ALG-modus en het CAS ingesteld op *Complex*, kunt u de volgende oefening uitvoeren:

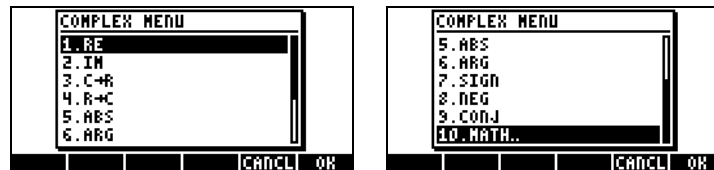
$$\begin{aligned}(3+5i) + (6-3i) &= (9, 2); \\ (5-2i) - (3+4i) &= (2, -6) \\ (3-i) \cdot (2-4i) &= (2, -14); \\ (5-2i)/(3+4i) &= (0.28, -1.04) \\ 1/(3+4i) &= (0.12, -0.16); \\ -(5-3i) &= -5 + 3i\end{aligned}$$

De menu's CMPLX

De rekenmachine bevat twee CMPLX-menu's (CoMPLeXe getallen). Een is toegankelijk via het menu MTH (zie hoofdstuk 3) en de ander is direct toegankelijk via het toetsenbord ($\text{P} \rightarrow \text{CMPLX}$). Hierna worden de twee CMPLX-menu's toegelicht.

Menu CMPLX via het menu MTH

We gaan er vanuit dat systeemvlag 117 is ingesteld op **CHOOSE-boxes** (zie hoofdstuk 2). Het submenu CMPLX in het menu MTH wordt geactiveerd met $\text{MTH} \rightarrow 9 \rightarrow \text{CMPLX}$. Dit zijn de beschikbare functies:



Het eerste menu (opties 1 tot en met 6) heeft de volgende functies:

$RE(z)$: Reëel deel van een complex getal
 $IM(z)$: Denkbeeldig deel van een complex getal
 $C \rightarrow R(z)$: Scheid een complex getal in het reële en het denkbeeldige deel
 $R \rightarrow C(x,y)$: Vormt het complexe getal (x,y) uit de reële getallen x en y
 $ABS(z)$: Berekent de grootte van een complex getal.
 $ARG(z)$: Berekent het argument van een complex getal.
 $SIGN(z)$: Berekent een complex getal met eenheidsgrootte als $z/|z|$.
 $NEG(z)$: Wijzig het merkteken van z
 $CONJ(z)$: Produceert de complexe geconjugeerde grootte van z

Hieronder volgen voorbeelden van toepassingen van deze functies in RECT-coördinaten. Vergeet niet dat in de ALG-modus de functie voor het argument moet staan, terwijl in de RPN-modus het argument eerst moet worden ingevoerd en daarna de functie moet worden geselecteerd. Deze functies kunt u ook als softmenulabels krijgen door de instelling van systeemvlag 117 te wijzigen (zie hoofdstuk 2). [**Opmerking:** niet alle lijnen zullen zichtbaar zijn wanneer u klaar bent met de oefeningen in de volgende afbeeldingen.]

<pre> :RE(3.-2.i) :IM(3.-2.i) :C→R(3.+5.i) </pre>	<pre> :R→C(5.,2.) : 3.+5.i :ARG(3.+5.i) </pre>
<pre> 3. -2. (3. 5.) </pre>	<pre> (3. 5.) (5.,2.) 5.83095189485 1.03037682652 </pre>
<pre> :SIGN(-2.+3.i) :CONJ(-2.+3.i) </pre>	
<pre> 1.03037682652 (-.554700196225,.83205) (2.,-3.) (-2.,-3.) </pre>	
<pre> SIGN NEG CONJ </pre>	

Menu CMPLX via het toetsenbord

Er kan een tweede CMPLX-menu geactiveerd worden via de optie rechts-shift samen met de toets \boxed{I} , dus $\boxed{\rightarrow} \boxed{CMPLX}$. Als systeemvlag 117 is ingesteld op CHOOSE-boxes, verschijnt het toetsenbordmenu CMPLX als volgt op het scherm:

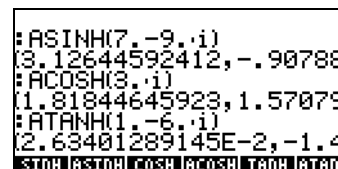
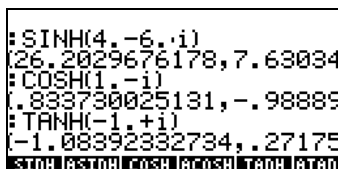
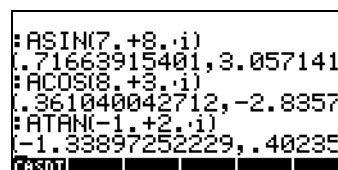
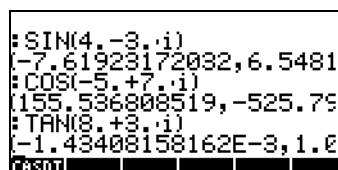
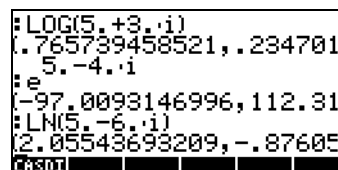
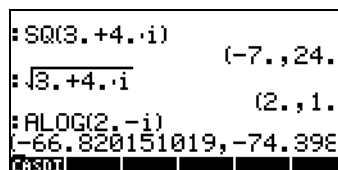


Het menu bevat enkele functies die we al eerder zijn behandeld, namelijk ARG, ABS, CONJ, IM, NEG, RE en SIGN. Er is ook nog een functie i die dezelfde functie heeft als de toetsencombinatie $\text{2nd} \text{ } i$.

Functies toegepast op complexe getallen

Veel functies via het toetsenbord en functies via het menu MTH die in hoofdstuk 3 voor reële getallen zijn behandeld (bijvoorbeeld SQ, LN, e^x , enz.), kunnen worden toegepast op complexe getallen. Het resultaat is een ander complex getal, zoals in de volgende voorbeelden wordt weergegeven.

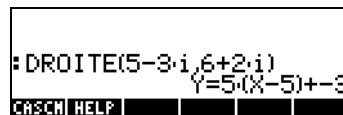
[Opmerking: niet alle lijnen zullen zichtbaar zijn op het scherm van uw rekenmachine wanneer u de oefeningen in de volgende afbeeldingen af hebt.]



N.B.: Als u trigonometrische functies en hun tegenwaarden met complexe getallen gebruikt, zijn de argumenten geen hoeken meer. De hoekmeting die voor de rekenmachine is geselecteerd, heeft dus geen invloed meer op de berekeningen van deze functies met complexe argumenten.

Functie DROITE: vergelijking van een rechte lijn

De functie DROITE heeft als argument twee complexe getallen, bijvoorbeeld $x_1 + iy_1$ en $x_2 + iy_2$, en geeft de vergelijking van een rechte lijn, bijvoorbeeld $y = a + bx$, die de punten (x_1, y_1) en (x_2, y_2) bevat. De lijn tussen de punten A(5,-3) en B(6,2) kan bijvoorbeeld als volgt worden gevonden (voorbeeld in de Algebraïsche modus):



A screenshot of a calculator screen in algebraic mode. The top line displays the command `:DROITE(5-3i,6+2i)`. The second line shows the result `Y=5*(X-5)+-3`. At the bottom, a status bar contains the text `CASCM HELP` followed by several small icons.

U vindt de functie DROITE in de commandocatalogus ($\square \rightarrow$ CAT). Met de rekenmachine in APPROX-modus is het resultaat $Y = 5 \cdot (X - 5) - 3$.

Referentie

Raadpleeg hoofdstuk 4 in de gebruikshandleiding van de rekenmachine voor meer informatie over handelingen met complexe getallen.

Hoofdstuk 5

Algebraïsche en rekenkundige handelingen

Een algebraïsch object is elk getal, variabellenamen of algebraïsche uitdrukking die behandeld, bewerkt en gecombineerd kan worden volgens de regels van de algebra. Hier volgen voorbeelden van algebraïsche objecten:

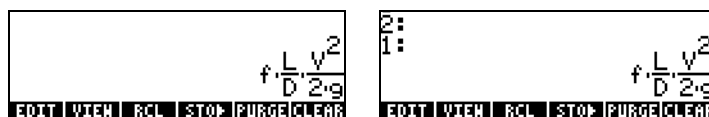
- Een getal: 12.3, 15.2_m, 'π', 'e', 'i'
- Een variabelennamen: 'a', 'ux', 'breedte', enz.
- Een uitdrukking: 'p*D^2/4', 'f*(L/D)*(V^2/(2*g))',
- Een vergelijking: 'p*V = n*R*T', 'Q=(Cu/n)*A(y)*R(y)^(2/3)*√So'

Algebraïsche objecten invoeren

Algebraïsche objecten kunnen worden gemaakt door het object tussen enkele aanhalingstekens direct in stapelniveau 1 te zetten of door de vergelijkingenschrijver [EQW] te gebruiken. Met de volgende toetsencombinaties wordt het algebraïsche object 'π*D^2/4' rechtstreeks in stapelniveau 1 ingevoerd:

Een algebraïsch object kan ook in de vergelijkingenschrijver worden gemaakt en daarna naar het stapelgeheugen worden gestuurd of in de vergelijkingenschrijver zelf worden bewerkt. Het gebruik van de vergelijkingenschrijver is in hoofdstuk 2 besproken. Bouw bij wijze van oefening het volgende algebraïsche object op in de vergelijkingenschrijver:

Druk nadat het object is aangemaakt op **ENTER** zodat het in het stapelgeheugen wordt weergegeven (zowel de ALG- als RPN-modus worden weergegeven):



Eenvoudige handelingen met algebraïsche objecten

Algebraïsche objecten kunnen worden opgeteld, afgetrokken, vermenigvuldigd, gedeeld (behalve door nul), tot een macht worden verheven, als argumenten voor een aantal standaardfuncties worden gebruikt (exponentieel, logaritme, trigonometrie, hyperbolisch, enz.), net als bij elk reël of complex getal. Om de basishandelingen met algebraïsche objecten te laten zien, maken we een aantal objecten, bijvoorbeeld ' $\pi \cdot R^2$ ' en ' $g \cdot t^{2/4}$ ', en slaan we zo op in variabelen A1 en A2 (zie hoofdstuk 2 over het aanmaken van variabelen en het opslaan van waarden in variabelen). Dit zijn de toetsencombinaties voor het opslaan van variabelen A1 in de ALG-modus:

1 **←** **π** **×** **(ALPHA)** **(R)** **y^x** **2** **→** **STO** **(ALPHA)** **(A)** **/** **ENTER**

Het resultaat:



De toetsencombinaties voor de RPN-modus zijn:

← **π** **(ALPHA)** **(R)** **ENTER** **2** **y^x** **(X)** **(ALPHA)** **(A)** **/** **STO**

Als u de variabele A2 heeft opgeslagen en op de toets heeft gedrukt, geeft het scherm de variabelen als volgt weer:

In de ALG-modus laat de volgende toetsencombinatie een aantal handelingen zien met de algebraïsche functies behorende bij variabelen **A1** en **A2** (druk op **VAR** voor het variabelenmenu):

A1 **+** **A2** **ENTER**

A1 **-** **A2** **ENTER**

A1 **×** **A2** **ENTER**

A1 **÷** **A2** **ENTER**

LN **A1**

e^x **A2**

U krijgt dezelfde resultaten in de RPN-modus als u de volgende toetsencombinaties gebruikt:

ENTER +

ENTER -

ENTER ×

ENTER ÷

ENTER → LN

ENTER ← e^x

Functies in het menu ALG

Het menu ALG (Algebraïsch) wordt geactiveerd met de toetsencombinatie ALG (behorend bij de toets 4). Met systeemvlag 117 ingesteld op de *CHOOSE-boxes* biedt het menu ALG de volgende functies:



We zullen niet alle beschrijvingen van de functies in deze handleiding geven. De gebruiker kan deze vinden in de helptekst van de rekenmachine. ENTER. Voer de eerste letter van de functie in als u een bepaalde functie zoekt. Voor de functie COLLECT moet bijvoorbeeld ingevoerd worden. Daarna gebruiken we de pijltjes omhoog en omlaag, , om COLLECT in het helpvenster te zoeken.




Druk op om de handeling te voltooien. Dit is het helpscherm voor de functie COLLECT:

```
COLLECT:
Recursive factoriza-
tion of a polynomial
over integers
COLLECT(X^2-4)
          (X+2)*(X-2)
See: EXPAND FACTOR
EXIT ECHO SEE1 SEE2 SEE3 MAIN
```

U ziet onder in het scherm de regel See EXPAND FACTOR staan, hier worden de koppelingen naar andere helpteksten en de functies EXPAND en FACTOR weergegeven. Als u meteen naar deze items wilt, drukt u op softmenutoets voor EXPAND en voor FACTOR. Als u bijvoorbeeld op drukt,

krijgt u de volgende informatie voor EXPAND, terwijl  informatie voor FACTOR geeft:

<pre>EXPAND: Expands and simplifies an algebraic expr. EXPAND((X+2)*(X-2)) X^2-4 See: COLLECT SIMPLIFY EXIT ECHO SEE1 SEE2 SEE3 MAIN</pre>	<pre>FACTOR: Factorizes an integer or a polynomial FACTOR(X^2-2) (X+√2)(X-√2) See: EXPAND COLLECT EXIT ECHO SEE1 SEE2 SEE3 MAIN</pre>
--	---

Kopieer de voorbeelden naar uw stapelgeheugen door op  te drukken. Voor EXPAND hierboven drukt u op softmenutoets  om het volgende voorbeeld naar het stapelgeheugen te kopiëren (druk op  om het commando uit te voeren):

<pre>:HELP :EXPAND((X+2)*(X-2)) X^2-4 CASCM HELP </pre>	<pre>:HELP :FACTOR(X^2-2) (X+√2)(X-√2) CASCM HELP </pre>
--	---

Verder laten we de gebruiker zelf de toepassingen van de functies in het menu ALG verkennen. Dit is een lijst met de commando's:

<pre>ALG MENU 1.COLLECT 2.EXPAND 3.FACTOR 4.LNCOLLECT 5.LIN 6.PARTFRAC HELP CANCL OK</pre>	<pre>ALG MENU 4.LNCOLLECT 5.LIN 6.PARTFRAC 7.SOLVE 8.SUBST 9.TEXPAND HELP CANCL OK</pre>
--	--

Voor de functie SUBST vinden we de volgende CAS-helptekst:

<pre>SUBST: Substitutes a value for a variable in an expression SUBST(A^2+1,A=2) 2^2+1 See: EXIT ECHO SEE1 SEE2 SEE3 MAIN</pre>	<pre>:HELP :SUBST(A^2+1,A=2) 2^2+1 CASCM HELP </pre>
---	---

N.B.: als u deze of andere functies in de RPN-modus gebruikt, moet u het argument eerst invoeren en daarna de functie. Het voorbeeld voor TEXPAND wordt in de RPN-modus als volgt ingevoerd:

$1 \rightarrow e^x + (X) + (Y) \rightarrow$

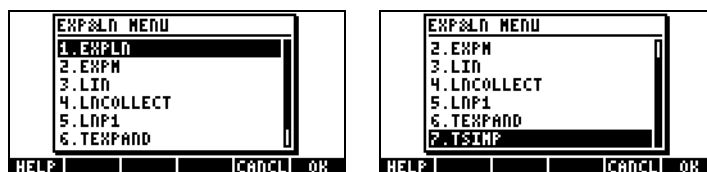
Selecteer nu functie TEXPAND uit menu ALG (of direct uit de catalogus $\rightarrow \text{CAT}$) om de handeling te voltooien.

Handelingen met transcendente functies

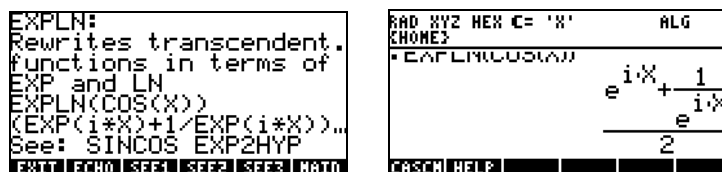
De rekenmachine biedt een aantal functies die kunnen worden gebruikt om uitdrukkingen met logaritmische & exponentiële functies ($\rightarrow \text{EXP\&LN}$) en trigonometrische functies ($\rightarrow \text{TRIG}$) te vervangen.

Uitbreiding en factorisering met log-exp-functies


De toets $\rightarrow \text{EXP\&LN}$ geeft het volgende menu weer:

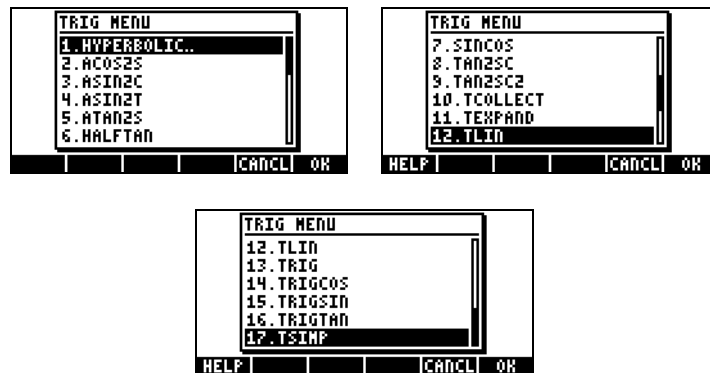


Informatie over en voorbeelden van deze commando's staan in de helptekst van de rekenmachine. De beschrijving van EXPLN wordt bijvoorbeeld aan de linkerzijde weergegeven en het voorbeeld van de helptekst aan de rechterzijde:





Uitbreiding en factorisering met trigonometrische functies




Het menu TRIG, dat wordt opgeroepen met  **TRIG**, geeft de volgende functies weer:

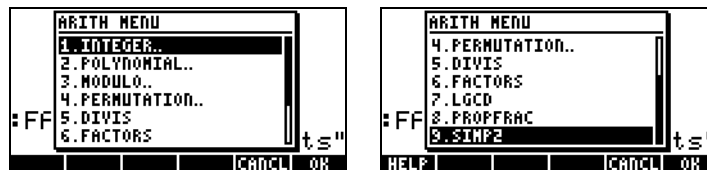



Met deze functies kunt u uitdrukkingen vereenvoudigen door de ene categorie trigonometrische functies te vervangen door een andere. Met de functie ACOS2S kunt u bijvoorbeeld de functie *boogcosinus* ($\text{acos}(x)$) vervangen door de uitdrukking van *boogsinus* ($\text{asin}(x)$).

De beschrijving van deze commando's en voorbeelden van hun toepassingen staan in de helptekst van de rekenmachine ( **NXT** ). De gebruiker kan deze helpteksten gebruiken voor informatie over de commando's in het menu TRIG.

Functies in het menu ARITHMETIC

Het menu ARITHMETIC wordt geactiveerd met de toetsencombinatie  **ARITH** (behorend bij de toets ). Met systeemvlag 117 ingesteld op *CHOOSE-boxes*, wordt met  **ARITH** het volgende menu weergegeven:



In deze menulijst komen opties 5 tot en met 9 (*DIVIS*, *FACTORS*, *LGCD*, *PROPFRAC*, *SIMP2*) overeen met veelgebruikte functies die van toepassing zijn op hele getallen of op polynomen. De andere opties (1. *INTEGER*, 2. *POLYNOMIAL*, 3. *MODULO* en 4. *PERMUTATION*) zijn eigenlijk submenu's van functies die van toepassing zijn op specifieke wiskundige objecten. Met systeemvlag 117 ingesteld op *SOFT-menu's*, wordt het menu ARITHMETIC ( *ARITH*) als volgt weergegeven:

<pre> INTEG POLY MODUL PERM DIVIS FACTO </pre>	<pre> LGCD PROPFRAC SIMP2 </pre>
--	-----------------------------------

In het volgende voorbeeld wordt de helptekst voor de functies *FACTORS* en *SIMP2* in het menu ARITHMETIC weergegeven.


<pre> FACTOREN: FACTORS: Returns irreducible factors of an integer or a polynomial FACTORS(X^2-1) { X+1 1. X-1 1. } See: FACTOR EXIT ECHO SEE1 SEE2 SEE3 MAIN </pre>	<pre> SIMP2: SIMP2: Simplifies 2 objects by dividing them by their GCD SIMP2(X^3-1,X^2-1) { X^2+X+1,X+1 } See: EXIT ECHO SEE1 SEE2 SEE3 MAIN </pre>
--	---

De functies van de submenu's ARITHMETIC: *INTEGER*, *POLYNOMIAL*, *MODULO* en *PERMUTATION*, worden behandeld in Hoofdstuk 5 van de gebruikshandleiding van de rekenmachine. De volgende secties laten enige toepassingen op polynomen en breuken zien.

Polynomen

Polynomen zijn algebraïsche uitdrukkingen die uit een of meer termen bestaan met afnemende machten van een bepaalde variabele. ' $X^3+2 \cdot X^2-3 \cdot X+2$ ' is bijvoorbeeld een polynoom van de derde orde in X , terwijl ' $\sin(X)^2-2$ ' een polynoom van de tweede orde $\sin(X)$ is. De functies *COLLECT* en *EXPAND* kunnen worden toegepast voor polynomen, zoals we eerder lieten zien. Andere toepassingen van de polynome functies worden hieronder weergegeven:

De functie HORNER

De functie HORNER ( ARITH, POLYNOMIAL, HORNER) geeft de Horner-deling, of de synthetische deling, van een polynoom $P(X)$ met de factor $(X-a)$, dus $\text{HORNER}(P(X),a) = \{Q(X), a, P(a)\}$, waarbij $P(X) = Q(X)(X-a)+P(a)$. Bijvoorbeeld:

$$\text{HORNER}(X^3+2X^2-3X+1,2) = \{X^2+4X+5 \quad 2 \quad 11\}$$

dus, $X^3+2X^2-3X+1 = (X^2+4X+5)(X-2)+11$. Ook,

$$\text{HORNER}(X^6-1,-5)=$$

$$\{X^5-5X^4+25X^3-125X^2+625X-3125 \quad -5 \quad 15624\}$$

dus, $X^6-1 = (X^5-5X^4+25X^3-125X^2+625X-3125)(X+5)+15624$.

De variabele VX

De meeste polynome voorbeelden hierboven zijn geschreven met variabele X . De reden hiervoor is dat een variabele VX bestaat in de directory {HOME CASDIR} van de rekenmachine die die standaard de waarde van ' X ' aanneemt. Dit is de naam van de gewenste onafhankelijke variabele voor algebraïsche en calculustoepassingen. Gebruik de variabele VX liever niet in uw programma's of vergelijkingen, om niet in de war te raken met de CAS' VX . Raadpleeg bijlage C in de gebruikshandleiding van de rekenmachine voor meer informatie over de CAS-variabele.

De functie PCOEF

Bij een reeks met de wortels van een polynoom zal de functie PCOEF een reeks genereren met de coëfficiënten van de bijbehorende polynomen. De coëfficiënten komen overeen met de aflopende volgorde van de onafhankelijke variabele. Bijvoorbeeld:

$$\text{PCOEF}([-2, -1, 0, 1, 1, 2]) = [1. \quad -1. \quad -5. \quad 5. \quad 4. \quad -4. \quad 0.],$$

welke de polynoom $X^6 \cdot X^5 - 5X^4 + 5X^3 + 4X^2 - 4X$ weergeeft.

De functie PROOT

Bij een reeks met de coëfficiënten van een polynoom, in aflopende volgorde, zal de functie PROOT de wortels van de polynoom geven. Voorbeeld van $X^2 + 5X + 6 = 0$, $\text{PROOT}([1, -5, 6]) = [2, 3]$.

De functies QUOT en REMAINDER

De functies QUOT en REMAINDER geven respectievelijk het quotiënt $Q(X)$ en de rest $R(X)$, het resultaat van de deling van twee polynomen, $P_1(X)$ en $P_2(X)$. Ze leveren met andere woorden de waarden $Q(X)$ en $R(X)$ van $P_1(X)/P_2(X) = Q(X) + R(X)/P_2(X)$. Bijvoorbeeld:

$$\begin{aligned}\text{QUOT}('X^3-2X+2', 'X-1') &= 'X^2+X-1' \\ \text{REMAINDER}('X^3-2X+2', 'X-1') &= 1.\end{aligned}$$

Dat kunnen we als volgt schrijven: $(X^3-2X+2)/(X-1) = X^2+X-1 + 1/(X-1)$.

N.B.: u kunt het laatste resultaat krijgen met PARTFRAC:

$$\text{PARTFRAC}('(X^3-2X+2)/(X-1)') = 'X^2+X-1 + 1/(X-1)'.$$

De functie PEVAL

De functie PEVAL (Polynome EVALuatie) kan worden gebruikt om een polynoom te evalueren

$$p(x) = a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + \dots + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0,$$

met een reeks coëfficiënten $[a_n, a_{n-1}, \dots, a_2, a_1, a_0]$ en een waarde van x_0 . Het resultaat is de evaluatie $p(x_0)$. De functie PEVAL is niet beschikbaar in het menu ARITHMETIC, gebruik in plaats daarvan het CALC/DERIV&INTEG-Menu. Voorbeeld: $\text{PEVAL}([1, 5, 6, 1], 5) = 281$.

Raadpleeg hoofdstuk 5 in de gebruikshandleiding van de rekenmachine voor aanvullende toepassingen van polynome functies.

Breuken

Breuken kunnen worden uitgebreid en gefactoriseerd met de functies EXPAND en FACTOR uit het menu ALG ($\boxed{\rightarrow}$ ALG). Bijvoorbeeld:

$$\begin{aligned}\text{EXPAND}((1+X)^3/((X-1)*(X+3))) &= '(X^3+3*X^2+3*X+1)/(X^2+2*X-3) \\ \text{EXPAND}((X^2*(X+Y)/(2*X-X^2)^2) &= '(X+Y)/(X^2-4*X+4)'\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{FACTOR}((3*X^3-2*X^2)/(X^2-5*X+6)) &= 'X^2*(3*X-2)/((X-2)*(X-3))' \\ \text{FACTOR}((X^3-9*X)/(X^2-5*X+6)) &= 'X*(X+3)/(X-2)'\end{aligned}$$

De functie SIMP2

De functie SIMP2 in het menu ARITHMETIC neemt als argumenten twee getallen of polynomen die de teller en de noemer van een rationale breuk weergeven en geeft een vereenvoudigde teller en noemer. Bijvoorbeeld:

$$\text{SIMP2}(X^3-1, X^2-4*X+3) = \{X^2+X+1, X-3\}$$

De functie PROPFRAC

De functie PROPFRAC zet een rationale breuk om in een "echte" breuk, d.w.z. er wordt een integer deel toegevoegd aan een breukdeel als deze decompositie mogelijk is. Bijvoorbeeld:

$$\begin{aligned}\text{PROPFRAC}(5/4) &= '1+1/4' \\ \text{PROPFRAC}(x^2+1/x^2) &= '1+1/x^2'\end{aligned}$$

De functie PARTFRAC

De functie PARTFRAC splitst een rationale breuk op in gedeeltelijke breuken die de originele breuk vormen. Bijvoorbeeld:

$$\begin{aligned}\text{PARTFRAC}((2*X^6-14*X^5+29*X^4-37*X^3+41*X^2-16*X+5)/(X^5-7*X^4+11*X^3-7*X^2+10*X)) &= \\ '2*X+(1/2)/(X-2)+5/(X-5)+1/2/X+X/(X^2+1)'\end{aligned}$$

De functie FCOEF

De functie FCOEF, beschikbaar via het ARITHMETIC/POLYNOMIAL-menu wordt gebruikt om een rationale breuk te krijgen met de wortels en polen van de breuk.

N.B.: als een rationale breuk wordt gegeven als $F(X) = N(X)/D(X)$, zijn de wortels van de breuk het resultaat van de oplossing van de vergelijking $N(X) = 0$, terwijl de polen het resultaat zijn van de vergelijking $D(X) = 0$.

De invoer voor de functie is een vector met de wortels gevolgd door hun veelvoud (d.w.z. hoe vaak een bepaalde wortel wordt herhaald), en de polen gevolgd door hun veelvoud die als een negatief getal wordt weergegeven. Als we bijvoorbeeld een breuk willen maken die wortels heeft van 2 met veelvoud 1, 0 met veelvoud 3 en -5 met veelvoud 2, en polen 1 met veelvoud 2 en -3 met veelvoud 5, gebruiken we:

$$\text{FCOEF}([2, 1, 0, 3, -5, 2, 1, -2, -3, -5]) = '(X-5)^2 * X^3 * (X-2) / (X-3)^5 * (X-1)^2'$$

Als u drukt op $\boxed{\text{EVAL}}$ $\boxed{\leftarrow}$ $\boxed{\text{ANS}}$ (of simpelweg $\boxed{\text{EVAL}}$, in RPN modus), krijgt u:

$$'(X^6 + 8X^5 + 5X^4 - 50X^3) / (X^7 + 13X^6 + 61X^5 + 105X^4 - 45X^3 - 297X^2 - 81X + 243)'$$

De functie FROOTS

De functie FROOTS, in het ARITHMETIC/POLYNOMIAL-menu, bevat de wortels en polen van een breuk. Als we bijvoorbeeld de functie FROOTS zouden toepassen op het bovenstaande resultaat, zouden we het volgende krijgen: [1 -2. -3 -5. 0 3. 2 1. -5 2.]. Het resultaat laat de polen gevolgd door hun veelvoud zien als een negatief getal, en de wortels gevolgd door hun veelvoud als een positief getal. In dit geval zijn de polen (1, -3) met de respectievelijke veelvouden (2,5) en de wortels zijn (0, 2, -5) met de respectievelijke veelvouden (3, 1, 2).

Een ander voorbeeld: $\text{FROOTS}('(X^2 - 5X + 6) / (X^5 - X^2)') = [0 -2. 1 -1. 3 1. 2 1.]$, dus polen = 0 (2), 1(1), en wortels = 3(1), 2(1). Als de modus Complex was geselecteerd, zouden de resultaten als volgt zijn:

$[0 - 2.1 - 1. \cdot ((1+i\sqrt{3})/2) - 1. \cdot ((1-i\sqrt{3})/2) - 1.]$.

Stapsgewijze handelingen met polynomen en breuken

Als we de CAS-modi instellen op Stap/stap, geeft de rekenmachine vereenvoudigde breuken of handelingen met polynomen stap voor stap weer. Dit is bijzonder handig bij het bekijken van de stappen van een synthetische deling. Het voorbeeld van de volgende deling.

$$\frac{X^3 - 5X^2 + 3X - 2}{X - 2}$$

wordt in detail weergegeven in bijlage C in de gebruikshandleiding van de rekenmachine. Het volgende voorbeeld geeft een langere synthetische deling weer (DIV2 is beschikbaar in het ARITH/POLYNOMIAL-menu):

$$\frac{X^9 - 1}{X^2 - 1}$$

<pre> RAD WYZ HEX C= 'X' ALG CHONES :DIV2(X^9-1,X-1) ABCUV CHINR CYCLO DIV2 EGCD FACTO </pre>	<pre> Division A=BQ+R A: {1,0,0,0,0,0,0,0,0,0, B: {1,0,-1} Q: {1} R: {0,1,0,0,0,0,0,0,-1} Press a key to go on ABCUV CHINR CYCLO DIV2 EGCD FACTO </pre>
<pre> Division A=BQ+R A: {1,0,0,0,0,0,0,0,0,0, B: {1,0,-1} Q: {1,0} R: {1,0,0,0,0,0,0,0,-1} Press a key to go on ABCUV CHINR CYCLO DIV2 EGCD FACTO </pre>	<pre> Division A=BQ+R A: {1,0,0,0,0,0,0,0,0,0, B: {1,0,-1} Q: {1,0,1} R: {0,1,0,0,0,0,0,-1} Press a key to go on ABCUV CHINR CYCLO DIV2 EGCD FACTO </pre>
<pre> Division A=BQ+R A: {1,0,0,0,0,0,0,0,0,0, B: {1,0,-1} Q: {1,0,1,0} R: {1,0,0,0,0,-1} Press a key to go on ABCUV CHINR CYCLO DIV2 EGCD FACTO </pre>	<pre> Division A=BQ+R A: {1,0,0,0,0,0,0,0,0,0, B: {1,0,-1} Q: {1,0,1,0,1} R: {0,1,0,0,-1} Press a key to go on ABCUV CHINR CYCLO DIV2 EGCD FACTO </pre>

```

Division A=BQ+R
A: (1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
B: (1,0,-1)
Q: (1,0,1,0,1,0)
R: (1,0,0,-1)
Press a key to go on
ABCDEFHINRCYCLO DIV2 EGCD FACTO

```

```

Division A=BQ+R
A: (1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
B: (1,0,-1)
Q: (1,0,1,0,1,0,1)
R: (0,1,-1)
Press a key to go on
ABCDEFHINRCYCLO DIV2 EGCD FACTO

```

```

Division A=BQ+R
A: (1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
B: (1,0,-1)
Q: (1,0,1,0,1,0,1,0)
R: (1,-1)
Press a key to go on
ABCDEFHINRCYCLO DIV2 EGCD FACTO

```

```

:DIV2(x9-1,x2-1)
{Q:(x7+x5+x3+x) R:(x-1)}
ABCDEFHINRCYCLO DIV2 EGCD FACTO

```

Referentie

Raadpleeg hoofdstuk 5 in de gebruikshandleiding van de rekenmachine voor meer informatie, definities en voorbeelden van algebraïsche en rekenkundige handelingen.

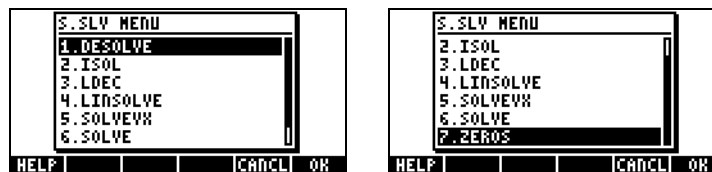
Hoofdstuk 6

Het oplossen van vergelijkingen

Aan de **7** toets zijn twee functiemenu's verbonden voor het oplossen van vergelijkingen. De Symbolische SOLVer (**←** **S.SLV**) en de NUMerieke SolVer (**→** **NUM.SLV**). Hieronder laten we enkele van de functies in deze menu's zien.

Symbolische oplossing van algebraïsche vergelijkingen

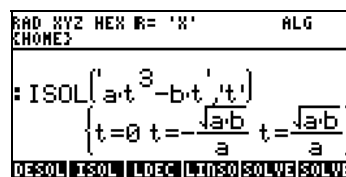
Hier beschrijven we enkele van de functies van het Symbolische Solver-menu. Activeer het menu met de toetsaanslagcombinatie **←** **S.SLV**. Met systeemvlag 117 ingesteld op de CHOOSE-boxes zijn de volgende menulijsten beschikbaar:



De functies ISOL en SOLVE kunnen worden gebruikt om elke onbekende parameter in een polynome vergelijking op te lossen. De functie SOLVEXX lost een polynome vergelijking op waarin de onbekende parameter de standaard CAS variabele VX is (meestal ingesteld als 'X'). De functie ZEROS tenslotte verschaft de nullen, of wortels, van een polynome vergelijking.

De functie ISOL

De functie ISOL (vergelijking, variabele) geeft de oplossing(en) voor een *Vergelijking* door de *variabele* te isoleren. Voorbeeld: met de rekenmachine in de ALG-modus, kunnen we het volgende gebruiken om t in de vergelijking $at^3 - bt = 0$ op te lossen:



In de RPN-modus wordt de oplossing bereikt door de vergelijking in het stapelgeheugen in te voeren gevolgd door de variabele, alvorens de ISOL functie te activeren. Net voor de uitvoering van ISOL dient het RPN-stapelgeheugen er net als in de linker afbeelding uit te zien. Na het toepassen van de functie ISOL wordt het resultaat zoals in de rechter afbeelding:

<pre> 0: 1: 2: 1: a.t^3-b.t +SKIP SKIP+ DEL DEL+ DEL L INS </pre>	<pre> 0: 1: 2: 1: {t=0 t=-sqrt(a*b)/a t=sqrt(a*b)/a} +SKIP SKIP+ DEL DEL+ DEL L INS </pre>
---	--

Het eerste argument in ISOL kan een uitdrukking zijn, zoals hierboven, of een vergelijking. Probeer bijvoorbeeld het volgende in de ALG-modus:

```

RAD XYZ HEX R= 'X'      ALG
CHOME3
: ISOL('x^2-k*x=k^2','x')
{ x=-(-1+sqrt(5))/2*k x=(1+sqrt(5))/2*k }
DESOL|ISOL|LDEC|LINSO|SOLVE|SOLVE

```

N.B.: gebruik $\boxed{\rightarrow} \boxed{=}$ (verbonden aan de toets $\boxed{+/-}$) om het isgelijktteken (=) in een vergelijking in te voeren.

Hetzelfde probleem kan worden opgelost in de RPN-modus zoals in de onderstaande afbeelding (de afbeeldingen tonen het RPN-stapelgeheugen voor en na toepassing van de functie ISOL):

<pre> 0: 1: 2: 1: x^2-k*x=k^2 CASCH HELP </pre>	<pre> 0: 1: 2: 1: {x=-(-1+sqrt(5))/2*k x=(1+sqrt(5))/2*k} CASCH HELP </pre>
--	--

De functie SOLVE

De functie SOLVE heeft dezelfde samenstelling als de functie ISOL, behalve dat SOLVE ook kan worden gebruikt om een reeks polynome vergelijkingen

op te lossen. De helptekst voor de functie SOLVE, met de oplossing op de vergelijking $X^4 - 1 = 3$ wordt hieronder weergegeven:

```
SOLVE:
Solves a (or a set of)
polynomial equation
SOLVE(X^4-1=3,X)
      (X=√2 X=-√2)
See: LINSOLVE SOLVEVX
EXIT ECHO SEE1 SEE2 SEE3 MAIN
```

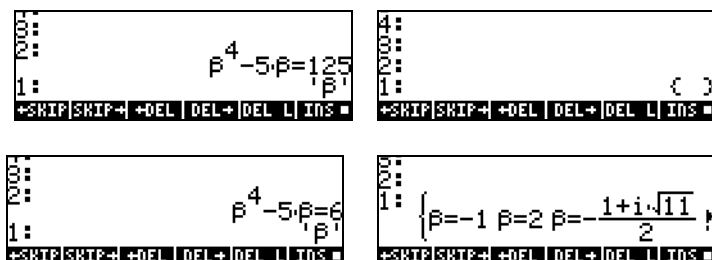
De volgende voorbeelden laten het gebruik van de functie SOLVE in de RPN- en ALG-modi zien (Gebruik de Complexe modus in de CAS). [**Opmerking:** niet alle lijnen zullen zichtbaar zijn wanneer u klaar bent met de oefeningen in de volgende afbeeldingen.]

```
: SOLVE(β^4-5β=125,β)
: SOLVE(β^4-5β=6,β)
{β=-1 β=2 β=-1+i√11 β=-1-i√11}
+SKIP+SKIP+DEL+DEL+DEL+LI+INS
```

De schermweergave hierboven geeft twee oplossingen weer. In de eerste, $\beta^4 - 5\beta = 125$, geeft SOLVE geen oplossingen { }. In de tweede, $\beta^4 - 5\beta = 6$, geeft SOLVE vier oplossingen in de laatste uitvoerregel. De allerlaatste oplossing is niet zichtbaar omdat het resultaat langer is dan de breedte van het scherm van de rekenmachine. Maar u kunt alle oplossingen bekijken door de pijltoets naar beneden (∇) te gebruiken. Deze activeert de regeeditor (deze bewerking kan gebruikt worden om uitvoerregels te zien die breder zijn dan het scherm van de rekenmachine):

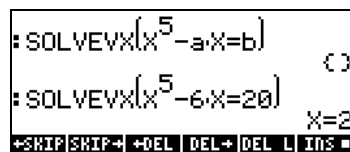
```
: SOLVE(β^4-5β=6,β)
{β=-1 β=2 β=-1+i√11 β=-1-i√11}
(β=-1,β=2,β=-(1+i√11)/2,β=-(1-i√11)/2)
+SKIP+SKIP+DEL+DEL+DEL+LI+INS
```

De corresponderende RPN-schermen voor deze twee voorbeelden, voor en na toepassing van de functie SOLVE, ziet u hieronder:



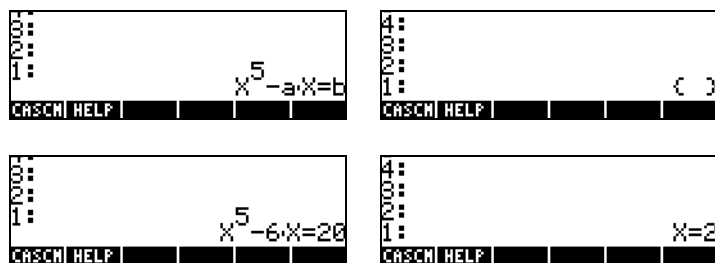
De functie SOLVEVX

De functie SOLVEVX lost een vergelijking voor de standaard CAS-variabele op in de voor de variabele gereserveerde naam VX. Standaard is deze variabele ingesteld op 'X'. Voorbeelden waarin de ALG-modus met VX='X' wordt gebruikt, ziet u hieronder:



In het eerste geval kon SOLVEVX geen oplossing vinden. In het tweede geval vond SOLVEVX één oplossing, $X=2$.

De volgende schermen tonen het RPN-stapelgeheugen voor het oplossen van de hierboven getoonde voorbeelden (voor en na toepassing van SOLVEVX):



De functie ZEROS

De functie ZEROS vindt de oplossingen van een polynome vergelijking zonder de veelvoud te tonen. De functie vereist als invoer de uitdrukking voor de vergelijking en de naam van de variabele die opgelost moet worden. Voorbeelden in de ALG-modus ziet u hieronder:

$:ZEROS(k^5 - k^2, k)$ $\left\{ 0 \ 1 \ -\frac{1+i\sqrt{3}}{2} \ -\frac{1-i\sqrt{3}}{2} \right\}$	$:ZEROS(m^5 = 32, m)$ $\left\{ 2e^{\frac{2i\pi}{5}} \ 2e^{\frac{4i\pi}{5}} \ 2e^{\frac{6i\pi}{5}} \ 2e^{\frac{8i\pi}{5}} \right\}$
---	--


Voer eerste de polynome uitdrukking in, dan de op te lossen variabele en vervolgens de functie ZEROS om deze functie in de RPN-modus te gebruiken. De volgende schermweergaven geven het RPN-stapelgeheugen weer voor en na toepassing van ZEROS op de twee voorbeelden hierboven (Gebruik Complex-modus in de CAS):

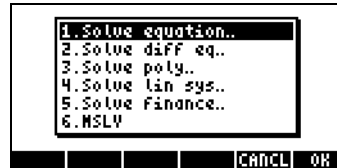
$k^5 - k^2$	$m^5 = 32$
$\left\{ 0 \ 1 \ -\frac{1+i\sqrt{3}}{2} \ -\frac{1-i\sqrt{3}}{2} \right\}$	$\left\{ 2e^{\frac{2i\pi}{5}} \ 2e^{\frac{4i\pi}{5}} \ 2e^{\frac{6i\pi}{5}} \ 2e^{\frac{8i\pi}{5}} \right\}$

De Symbolische Solver-functies hierboven geven oplossingen voor rationale vergelijkingen (voornamelijk polynome vergelijkingen). Indien de op te lossen vergelijking alleen numerieke coëfficiënten heeft, is een numerieke oplossing mogelijk met behulp van de Numerieke Solver van de rekenmachine.

Menu van de Numerieke solver

De rekenmachine biedt een zeer krachtige omgeving voor het oplossen van enkele algebraïsche of transcendente vergelijkingen. Voor toegang tot deze

omgeving activeren we de numerieke solver (NUM.SLV) met  . Nu verschijnt een drop-downmenu met de volgende opties:



Hieronder laten we achtereenvolgens de toepassing zien van de items 3. *Solve poly.*, 5. *Solve finance* en 1. *Solve equation...* Appendix 1-A in de gebruikshandleiding van de rekenmachine bevat instructies voor het gebruik van invoerschermen met voorbeelden voor de numerieke solvetoepassingen. Item 6. MSLV (Meervoudige vergelijking SolVer) wordt verderop op pagina 6-10 behandeld.

N.B.:

1. Wanneer een oplossing wordt gevonden voor een waarde m.b.v. de NUM.SLV-toepassingen, wordt deze geplaatst in het stapelgeheugen. Dit is handig indien u die waarde nodig heeft voor andere bewerkingen.
2. Er zullen een of meer variabelen aangemaakt worden wanneer u enkele van de toepassingen in het NUM.SLV-menu activeert.

Polynome Vergelijkingen

Met de *Solve poly...* -optie in de SOLVE-omgeving van de rekenmachine kunt u:

- (1) de oplossingen voor een polynome vergelijking vinden
- (2) de coëfficiënten van de polynoom met een gegeven aantal wortels krijgen,
en
- (3) een algebraïsche uitdrukking voor de polynoom als een functie van X krijgen

De oplossingen voor een polynome vergelijking vinden

Een polynome vergelijking is een vergelijking in de vorm: $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 = 0$. Los bijvoorbeeld de volgende vergelijking op: $3s^4 + 2s^3 - s + 1 = 0$.

We willen de coëfficiënten van de vergelijking in een vector plaatsen: [3,2,0,-1,1]. Probeer het volgende om deze polynome vergelijking met de rekenmachine op te lossen:

 NUM.SLV   

  3   2  

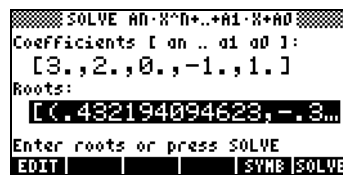


Kies Solve poly...


Voer de vector van de coëfficiënten in

Los de vergelijking op

Het scherm geeft de oplossing als volgt weer:



SOLVE $a_n \cdot X^n + \dots + a_1 \cdot X + a_0$
Coefficients [a_n .. a₁ a₀]:
[3.,2.,0.,-1.,1.]
Roots:
[(.432194094623,-.3...
Enter roots or press SOLVE
EDIT | | | | | SYMB | SOLVE

Druk op  om naar het stapelgeheugen terug te keren. Het stapelgeheugen toont de volgende resultaten in de ALG-modus (de RPN-modus zou hetzelfde resultaat geven):



Roots: [(.432194094623,
+SKIP+SKIP+DEL | DEL+DEL+DEL | L | INS+
+SKIP+SKIP+DEL | DEL+DEL+DEL | L | INS+

Alle oplossingen zijn complexe getallen: (0.432,-0.389), (0.432,0.389), (-0.766, 0.632), (-0.766, -0.632).

Ga ervan uit dat u de polynomen met de wortels $[1, 5, -2, 4]$ wilt genereren. Volg deze stappen om met de rekenmachine de oplossing te vinden:

Kies Solve poly...
Voer de vector van de
wortels in

Los de coëfficiënten op

```
SOLVE AN*X^N+...A1*X+A0
Coefficients [ an .. a1 a0 ]:
[1.,-8.,9.,38.,-40.]
Roots:
[1.,5.,-2.,4.]
Enter coefficients or press SOLVE
EDIT      SYMB SOLVE
```

Een algebraïsche expressie genereren voor de polynomen

U kunt de rekenmachine gebruiken om een algebraïsche expressie te genereren voor een polynoom waarvan de coëfficiënten of de wortels gegeven zijn. De resulterende uitdrukking wordt gegeven in de vorm van de standaard CAS-variabele X .

Probeer het volgende voorbeeld om de algebraïsche expressie te genereren met gebruik van de coëfficiënten. Ga ervan uit dat de polynome coëfficiënten $[1,5,-2,4]$ zijn. Gebruik de volgende toetsencombinaties:

Kies Solve poly...

Voer de vector van de coëfficiënten in

Genereer de symbolische uitdrukking

Keer terug naar stapelgeheugen.

De uitdrukking wordt in het stapelgeheugen als volgt weergegeven: ' $X^3+5*X^2+2*X+4$ '.

Probeer het volgende voorbeeld om de algebraïsche uitdrukking te genereren met gebruik van de wortels. Ga ervan uit dat de polynome wortels [1,3,-2,1] zijn. Gebruik de volgende toetsencombinaties:

Kies Solve poly...

Voer de vector van de wortels in

Genereer de symbolische uitdrukking

Terug naar stapelgeheugen.

De uitdrukking wordt in het stapelgeheugen als volgt weergegeven:

$$(X-1)*(X-3)*(X+2)*(X-1)$$

Gebruik het EXPAND-commando om de producten uit te breiden.

De uitdrukking wordt: ' $X^4+3*X^3-3*X^2+11*X-6$ '.

Financiële berekeningen

De berekeningen in item 5 *Solve finance..* in de Numerieke Solver (*NUM.SLV*) worden gebruikt voor berekeningen van geldwaarde in tijd. Dit is van belang op het gebied van toegepaste economie en voor andere financiële toepassingen. Deze toepassing kan ook worden geactiveerd door de toetsencombinatie (verbonden aan de toets). Raadpleeg hoofdstuk 6 in de gebruikshandleiding van de rekenmachine voor meer informatie over dit soort berekeningen.

Het menu NUM.SLV van de rekenmachine geeft item 1. *Solve equation..* Hierdoor worden verschillende soorten vergelijkingen opgelost in een enkele variabele, inclusief niet-lineaire algebraïsche en transcendente vergelijkingen. Laten we bijvoorbeeld de volgende vergelijking oplossen: $e^x \sin(\pi x/3) = 0$.

$$e^x \cdot \sin(\pi) = 0$$

De functie STEQ slaat de invoer op in variabele EQ, bijv. in de ALG-modus:

Voer in de RPN-modus de vergelijking in tussen aanhalingstekens en activeer het STEQ-commando. Zo kan de functie STEQ gebruikt worden als snelkoppeling om een uitdrukking op te slaan in variabele EQ.



$$e^x - \sin\left(\frac{\pi x}{3}\right) = 0 \Rightarrow EQ$$

Blz. 6-10


```

SOLVE EQUATION
Eq: EXP(x)-SIN(π*x/3)=0
x:
Enter function to solve
EDIT CHOOSE VARS EXPR=






```

De vergelijking die we hebben opgeslagen in de variabele EQ is reeds geladen in het Eq-veld in het invoerscherm SOLVE EQUATION. Er wordt ook een veld met label x gegeven. Om de vergelijking op te lossen, hoeft u alleen maar het veld voor X te selecteren met  en druk op . De oplossing wordt weergegeven als X: 4.5006E-2:

```

SOLVE EQUATION
Eq: EXP(x)-SIN(π*x/3)=0
x: 4.50061385902E-2
Enter value or press SOLVE
EDIT VARS INFO SOLVE

```

Dit is echter niet de enig mogelijke oplossing voor deze vergelijking. Om bijvoorbeeld een negatieve oplossing te verkrijgen, voert u een negatief getal in voor het X-veld alvorens de vergelijking op te lossen. Probeer     . De oplossing wordt nu weergegeven als X: -3.045.

Oplossing voor gelijktijdige vergelijkingen met MSLV

De functie MSLV is beschikbaar in het menu  NUM.SLV. De helptekst voor de functie MSLV wordt hieronder weergegeven:




```

MSLV:
Non-polynomial multi-
variate solver
MSLV('([SIN(X)+Y,X+SIN(
Y)=1]', '[X,Y]', [0,0])
[1.82384112611 -0.9681...
See: SOLVE
EXIT ECHO SEE1 SEE2 SEE3 MAIN

```

Merk op dat de functie MSLV drie argumenten vereist:

1. Een vector met de vergelijkingen, bijv. '[SIN(X)+Y,X+SIN(Y)=1]'
2. Een vector met de op te lossen variabelen, bijv. '[X,Y]'
3. Een vector met beginwaarden voor de oplossing. De beginwaarden voor zowel X als Y zijn nul voor dit voorbeeld.

Druk in de ALG-modus op  om het voorbeeld naar het stapelgeheugen te kopiëren, druk op  om het voorbeeld uit te breiden. Om alle elementen in de oplossing te zien, dient u de regeeditor te activeren door op de pijltoets omlaag te drukken ():

```

RAD XYZ HEX R~ 'X'      ALG
CHOME?
:MSLV([SIN(X)+Y X+SIN(Y)=1]
([SIN(X)+Y X+SIN(Y)=1][X Y]
[SIN(X)+Y,X+SIN(Y)=1...
[X,Y],
[1.82384112611,-.9681...
+SKIP+SKIP+DEL+DEL+DEL+INS+

```

In de RPN-modus wordt de oplossing voor dit voorbeeld verkregen met

```

4:
3: [SIN(X)+Y X+SIN(Y)=1.]
2: [X Y]
1: [0. 0.]
CASCH|HELP|

```

Het activeren van de functie MSLV geeft het volgende scherm.

```

4:
3: [SIN(X)+Y X+SIN(Y)=1.]
2: [X Y]
1: [1.82384112611 -.9681]
CASCH|HELP|

```

Het kan u opgevallen zijn dat tijdens het maken van de oplossing het scherm tussentijdse informatie weergeeft in de linkerbovenhoek. Aangezien de oplossing die door MSLV wordt gegeven numeriek is, toont de informatie in de linkerbovenhoek de resultaten van het zich herhalende proces dat gebruikt wordt om een oplossing te krijgen. De uiteindelijke oplossing is $X = 1.8238$, $Y = -0.9681$.

Referentie

Raadpleeg hoofdstuk 6 en 7 in de gebruikshandleiding van de rekenmachine voor meer informatie over het oplossen van enkele en meervoudige vergelijkingen.

Hoofdstuk 7

Bewerkingen met lijsten

Lijsten in een rekenmachine kunnen nuttig zijn voor gegevensverwerking. Dit hoofdstuk laat voorbeelden zien van bewerkingen met lijsten. Om te beginnen met de voorbeelden in dit hoofdstuk gebruiken we de Approximate-modus (zie hoofdstuk 1).

Lijsten aanmaken en opslaan

Druk eerst op de haakjestoets $\leftarrow \{ \}$ en voer dan de elementen van de lijstlijst in om een lijstlijst aan te maken in de ALG-modus. De elementen dienen door komma's ($\rightarrow _,$) gescheiden te worden. De volgende toetsencombinaties voeren de lijstlijst $\{1.,2.,3.,4.\}$ in en slaan deze op in variabele L1.

$\leftarrow \{ \}$ $/ \cdot$ $\rightarrow _,$ 2 $/ \cdot$ $\rightarrow _,$ 3 $/ \cdot$ $\rightarrow _,$ 4 $/ \cdot$
 $\rightarrow \text{STO} \rightarrow \text{ALPHA} \rightarrow \text{L} \rightarrow 1 \rightarrow \text{ENTER}$

Dezelfde lijstlijst invoeren in de RPN-modus vereist de volgende toetsencombinaties:

$\leftarrow \{ \}$ $/ \cdot$ SPC 2 $/ \cdot$ SPC 3 $/ \cdot$ SPC 4 $/ \cdot$ ENTER
 $\rightarrow \text{ALPHA} \rightarrow \text{L} \rightarrow 1 \rightarrow \text{ENTER} \rightarrow \text{STO} \rightarrow$

Bewerkingen met getallenlijsten

Voer de volgende lijsten in de corresponderende variabelen in en sla deze op om bewerkingen met getallenlijsten te illustreren.

$L2 = \{3.,2.,1.,5.\}$ $L3 = \{-6.,5.,3.,1.,0.,3.,-4.\}$ $L4 = \{3.,-2.,1.,5.,3.,2.,1.\}$

Veranderend teken

De verander-teken toets ($\rightarrow +/ -$) verandert het teken van alle elementen in de lijst wanneer toegepast op een getallenlijst. Bijvoorbeeld:

```

:L1
(1. 2. 3. 4.)
:-L1
(-1. -2. -3. -4.)
L4 | L3 | L2 | L1 | CASIO

```

Optellen, aftrekken, vermenigvuldigen, delen

Het vermenigvuldigen en delen van een lijst met een enkel getal wordt verdeeld over de lijst. Bijvoorbeeld:

```

:-5.L2
(15. -10. -5. -25.)
:L1
5.
(2. 4. 6. 8.)
L4 | L3 | L2 | L1 | TRIAN MES1

```

Aftrekken van een enkel getal van een lijst zal hetzelfde getal aftrekken van elk element in de lijst. Bijvoorbeeld:

```

:L2
(-3. 2. 1. 5.)
:L2-10.
(-13. -8. -9. -5.)
L4 | L3 | L2 | L1 | TRIAN MES1

```

Optellen van een enkel getal bij een lijst geeft een lijst die is uitgebreid met het getal en geen optelling van het getal bij elk element in de lijst. Bijvoorbeeld:

```

:L1
(1. 2. 3. 4.)
:L1+6.
(1. 2. 3. 4. 6.)
L4 | L3 | L2 | L1 | TRIAN MES1

```

Aftrekken, vermenigvuldigen en delen van getallenlijsten van dezelfde lengte geven een lijst van dezelfde lengte met term-voor-term uitgevoerde bewerkingen. Voorbeelden:

<pre> :L1-L2 (4. 0. 2. -1.) :L1.L2 (-3. 4. 3. 20.) L2 L3 L4 L1 TRIAN MES1 </pre>	<pre> :L1.L2 (-3. 4. 3. 20.) :L1 L2 (-.3333333333333333 1. 3. .) L2 L3 L4 L1 TRIAN MES1 </pre>
--	--

De deling L4/L3 geeft een oneindig getal omdat een van de elementen in L3 nul is. Er wordt een foutbericht gegeven.

N.B.: als we de elementen in de lijsten L4 en L3 als hele getallen ingevoerd zouden hebben, zou het oneindig-symbool steeds weergegeven zijn bij een deling door nul. Voor het volgende resultaat moet de lijst opnieuw worden ingevoerd als hele getallen (verwijder decimale punten) in de Exact-modus:

```

: L4 / L3
(-1 -2 1 5 2 -1)
(2 5 3 3 3 4)
L4 | L3 | L4 | L1 | TRIAN MES1

```

Als de betrokken lijsten in de bewerking verschillend van lengte zijn, wordt een foutbericht (Ongeldige Afmetingen) weergegeven. Probeer bijvoorbeeld L1-L4.

Het plusteken (\oplus), wanneer toegepast op een lijst, gedraagt zich als een schakelaar en voegt de twee lijsten samen in plaats van ze term voor term bij elkaar op te tellen. Bijvoorbeeld:

```

: L1+L2
(1. 2. 3. 4. -3. 2. 1. 5.)
L4 | L3 | L2 | L1 | TRIAN MES1

```

We moeten de operator ADD gebruiken om een term-voor-term optelling van de twee lijsten te maken. Deze operator kan geladen worden met de catalogusfunctie (\rightarrow CAT). Het onderstaande scherm geeft een toepassing weer van ADD om de lijsten L1 en L2 term voor term op te tellen:

```

: L1 ADD L2
(-2. 4. 4. 9.)
L4 | L3 | L2 | L1 | TRIAN MES1

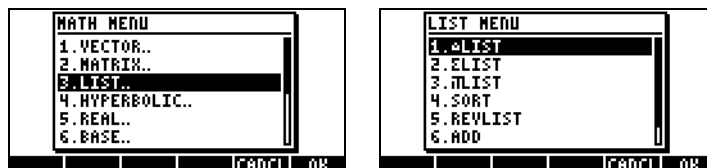
```

Functies toegepast op lijsten

Reële getallenfuncties van het toetsenbord (ABS, e^x , LN, 10^x , LOG, SIN, x^2 , $\sqrt{}$, COS, TAN, ASIN, ACOS, ATAN, y^x) en de functies van het menu

Het menu MTH/LIST

Het menu MTH biedt een aantal functies die alleen van toepassing zijn op lijsten. Met systeemvlag 117 ingesteld op CHOOSE-boxes geeft het menu MTH/LIST de volgende functies weer:



Met systeemvlag 117 ingesteld op SOFT-menus geeft het menu MTH/LIST de volgende functies weer:



De bewerking van het menu MTH/LIST is als volgt:

- ΔLIST : Berekent toename onder opeenvolgende elementen in de lijst
- ΣLIST : Berekent som van de elementen in de lijst
- ΠLIST : Berekent product van de elementen in de lijst
- SORT : Sorteert elementen in oplopende volgorde
- REVLIST : Draait de volgorde van de lijst om
- ADD : Operator voor het term-voor-term optellen van twee lijsten met dezelfde lengte

(voorbeelden voor deze operator worden hierboven weergegeven)

Voorbeelden voor de toepassing van deze functies in de ALG-modus worden hierna weergegeven:




```

:L3
(-6. 5. 3. 1. 0. 3. -4.)
: SORT(L3)
(-6. -4. 0. 1. 3. 3. 5.)
*LIST|ELIST|MLIST| SORT |REVLI| ADD

:L3
(-6. 5. 3. 1. 0. 3. -4.)
: REVLIST(L3)
(-4. 3. 0. 1. 3. 5. -6.)
*LIST|ELIST|MLIST| SORT |REVLI| ADD

```


SORT en REVLIST kunnen worden gecombineerd om een lijst in afnemende volgorde te sorteren:

```

:L3
(-6. 5. 3. 1. 0. 3. -4.)
: REVLIST(SORT(L3))
(5. 3. 3. 1. 0. -4. -6.)
*LIST|ELIST|MLIST| SORT |REVLI| ADD

```

De functie SEQ

De functie SEQ, beschikbaar via de commandocatalogus ( _CAT), neemt als argumenten een uitdrukking in de vorm van een index, de naam van de index en begin-, eind- en toenamewaarden voor de index en geeft een lijst die bestaat uit de evaluatie van de uitdrukking voor alle mogelijke waarden van de index. De algemene vorm van de functie is

SEQ(uitdrukking, index, begin, eind, toename)

Bijvoorbeeld:


```

: SEQ(n2, n, 1, 4, 1.)
(1. 4. 9. 16.)
SORT| SEQ | | | | LIST

```

Deze lijst correspondeert met de waarden $\{1^2, 2^2, 3^2, 4^2\}$.

De functie MAP

De functie MAP, beschikbaar via de commandocatalogus ( _CAT) neemt als argumenten een lijst van getallen en een functie $f(X)$ en maakt een lijst bestaande uit de toepassing van de functie f of het programma op de lijst met getallen. Voorbeeld: de volgende vraag naar de functie MAP past de SIN(X)-functie toe op de lijst $\{1, 2, 3\}$:

```
MAP((1 2 3),SIN(X))  
SIN(1) SIN(2) SIN(3)  
CASCH HELP
```

Referentie

Raadpleeg hoofdstuk 8 in de gebruikshandleiding van de rekenmachine voor meer referenties, voorbeelden and toepassingen van lijsten.

Hoofdstuk 8

Vectoren

Dit hoofdstuk laat voorbeelden zien van het invoeren en bewerkingen van vectoren. Zowel mathematische vectoren van veel elementen als fysieke vectoren bestaande uit 2 en 3 componenten.

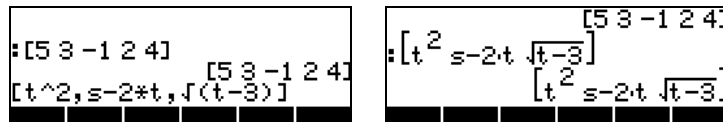
Vectoren invoeren

In de rekenmachine worden vectoren weergegeven als een reeks getallen tussen haakjes en worden ze meestal ingevoerd als rijvectoren. De haakjes worden in de rekenmachine aangemaakt met de toetsencombinatie $\left[\left(\leftarrow \right) \right] \underline{\hspace{1cm}}$ (verbonden met de toets $\left(\times \right)$). Hieronder worden voorbeelden weergegeven van vectoren in de rekenmachine:

$[3.5, 2.2, -1.3, 5.6, 2.3]$	Een algemene rijvector
$[1.5, -2.2]$	Een 2-D-vector
$[3, -1, 2]$	Een 3-D-vector
$['t', 't^2', 'SIN(t) ']$	Een algebraïsche vector

Vectoren in het stapelgeheugen invoeren.

Met de rekenmachine in de ALG-modus kunt u een vector in het stapelgeheugen invoeren door een set haakjes $\left(\left(\leftarrow \right) \right] \underline{\hspace{1cm}}$) te openen en de componenten of elementen gescheiden door komma's $\left(\left(\rightarrow \right) \underline{\hspace{1cm}} ; \right)$ in te voeren. De volgende schermweergaven geven weer hoe een numerieke vector gevolgd door een algebraïsche vector wordt ingevoerd. De linker afbeelding geeft de algebraïsche vector weer voor het indrukken van $\left(ENTER \right)$. De rechter afbeelding geeft het scherm weer na het invoeren van de algebraïsche vector:



In de RPN-modus kunt u een vector invoeren in het stapelgeheugen door een set haakjes te openen en de vectorcomponenten of -elementen gescheiden

door komma's (→ ,) of spaties (→ SPC) in te voeren. Na het indrukken van → geeft de rekenmachine de vectorelementen gescheiden door spaties weer.

Vectoren opslaan in variabelen in het stapelgeheugen

Vectoren kunnen worden opgeslagen in variabelen. De volgende schermweergaven geven de vectoren weer.

$$\mathbf{u}_2 = [1, 2], \mathbf{u}_3 = [-3, 2, -2], \mathbf{v}_2 = [3, -1], \mathbf{v}_3 = [1, -5, 2]$$

Respectievelijk opgeslagen in de variabelen \mathbf{u}_2 , \mathbf{u}_3 , \mathbf{v}_2 en \mathbf{v}_3 . Eerst, in de ALG-modus:

<pre> : [1 2] → u2 : [-3 2 -2] → u3 </pre>	<pre> : [3 -1] → v2 : [1 -5 2] → v3 </pre>
--	--

Dan in de RPN-modus (alvorens herhaaldelijk op → te drukken):


<pre> 4: [1 2] 3: 'u2' 2: [-3 2 -2] 1: 'u3' </pre>	<pre> 4: [3 -1] 3: 'v2' 2: [1 -5 2] 1: 'v3' </pre>
--	--


N.B.: de apostroffen (') hoeven meestal niet te worden ingevoerd bij de namen \mathbf{u}_2 , \mathbf{v}_2 , enz. in de RPN-modus. In dit geval zijn ze gebruikt om bestaande variabelen te overschrijven die eerder in de ALG-modus zijn aangemaakt. Apostroffen dienen dus gebruikt te worden indien de bestaande variabelen niet van te voren zijn gewist.


De Matrixschrijver (MTRW) gebruiken om vectoren in te voeren


Vectoren kunnen ook worden ingevoerd m.b.v. de Matrixschrijver → MTRW (derde toets in de vierde toetsenrij boven in het toetsenbord). Dit commando genereert een soort spreadsheet die overeenkomt met de rijen en kolommen van een matrix (informatie over het gebruik van de Matrixschrijver om matrices in te voeren, wordt in een Hoofdstuk 9 behandeld). Voor een vector zijn we geïnteresseerd in het plaatsen van elementen in alleen de bovenste rij. Standaard is de cel in de bovenste rij en de eerste kolom geselecteerd. Onder in de spreadsheet vindt u de volgende softmenutoetsen:


     


De -toets wordt gebruikt om de inhoud van een geselecteerde cel in de Matrixschrijver te bewerken.

De -toets, wanneer geselecteerd, geeft een vector in plaats van een matrix van een rij en vele kolommen.



De -toets wordt gebruikt om de breedte van de kolommen in de spreadsheet te verkleinen. Druk enkele malen op deze toets om de kolombreedte in uw Matrixschrijver te zien afnemen.

De -toets wordt gebruikt om de breedte van de kolommen in de spreadsheet te vergroten. Druk enkele malen op deze toets om de kolombreedte in uw Matrixschrijver te zien toenemen.

De -toets, wanneer geselecteerd, selecteert automatisch de volgende cel, rechts van de huidige cel, wanneer u op **ENTER** drukt. Deze optie is standaard geselecteerd. Deze optie dient, indien gewenst, geselecteerd te worden alvorens de elementen in te voeren.

De -toets, wanneer geselecteerd, selecteert automatisch de volgende cel, onder de huidige cel, wanneer u op **ENTER** drukt. Deze optie dient, indien gewenst, geselecteerd te worden alvorens de elementen in te voeren.

Naar rechts bewegen vs. naar beneden bewegen in de Matrixschrijver

Activeer de Matrixschrijver en voer **3** **ENTER** **5** **ENTER** **2** **ENTER** **ENTER** in waarbij de -toets is geselecteerd (standaard). Voer dan dezelfde getallenreeks in waarbij de -toets is geselecteerd om het verschil te zien. In het eerste geval heeft u een vector van drie elementen ingevoerd. In het tweede geval heeft u een matrix van drie rijen en een kolom ingevoerd.

Activeer de Matrixschrijver opnieuw met **↶** **MTRV** en druk op **NXT** om het tweede softtoetsmenu onderin het beeldscherm uit te proberen. U ziet de volgende toetsen:

De -toets voegt een rij nullen toe op de plaats van de op de spreadsheet geselecteerde cel.

De -toets verwijdert de rij behorende bij de op de spreadsheet geselecteerde cel.

De -toets voegt een kolom nullen toe op de plaats van de op de spreadsheet geselecteerde cel.

De -toets verwijdert de kolom behorende bij de op de spreadsheet geselecteerde cel.

De -toets plaatst de inhoud van de geselecteerde cel in het stapelgeheugen.

De -toets, wanneer ingedrukt, vraagt de gebruiker het nummer van de rij en de kolom in te voeren waar hij of zij de cursor geplaatst wil hebben.

Door nogmaals op te drukken, wordt het laatste menu weergegeven met slechts een functie (wissen).

De functie wist de inhoud van de geselecteerde cel en vervangt deze door een nul.

Probeer de volgende oefening om deze toetsen in actie te zien.

(1) Activeer de Matrixschrijver met . Zorg ervoor dat de en toetsen geselecteerd zijn.

(2) Voer het volgende in:

7 ENTER 8 ENTER 9 ENTER

- (3) Beweeg de cursor twee posities naar boven met . Druk dan op . De tweede rij verdwijnt.
- (4) Druk op . Een rij met drie nullen verschijnt in de tweede rij.
- (5) Druk op . De eerste kolom verdwijnt.
- (6) Druk op . Een kolom met twee nullen verschijnt in de eerste kolom.
- (7) Druk op 3 3 om naar positie (3,3) te bewegen.
- (8) Druk op . Dit plaatst de inhoud van cel (3,3) in het stapelgeheugen. Dit is echter nog niet zichtbaar. Druk op om naar het normale scherm terug te keren. Het getal 9, element (3,3) en de volledige ingevoerde matrix zijn beschikbaar in het stapelgeheugen.

Eenvoudige bewerkingen met vectoren

Ter illustratie van bewerkingen met vectoren gebruiken we de vectoren u_2 , u_3 , v_2 en v_3 die tijdens een eerdere oefening zijn opgeslagen. Sla tevens de vector $A = [-1, -2, -3, -4, -5]$ op. We zullen deze in de volgende oefeningen gebruiken. **[Opmerking:** niet alle lijnen zullen zichtbaar zijn wanneer u klaar bent met de oefeningen in de volgende afbeeldingen.]

Veranderend teken

Gebruik de -toets om het teken van een vector te veranderen. Bijv.

```

:-[2 3 5]          [-2 -3 -5]
:-v3              [-1 5 -2]
:-A               [1 2 3 4 5]
A | v3 | v2 | v3 | v2

```

Optellen, aftrekken

Het optellen en aftrekken van vectoren vereist dat de twee vectoroperanden dezelfde lengte hebben.

```

:u2+v2          [4 1]
:u3+v3          [-2 -3 0]
:A+A            [-2 -4 -6 -8 -10]
A | u3 | u2 | u3 | u2 |

```

Indien u probeert vectoren van verschillende lengtes op te tellen of af te trekken, wordt er een foutbericht weergegeven:

```

:v2+v3
  "Invalid Dimension"
:u3+u2
  "Invalid Dimension"
:A+v3
  "Invalid Dimension"
A | u3 | u2 | u3 | u2 |

```

Vermenigvuldigen met een scalair en delen door een scalair

Vermenigvuldigen met een scalair of delen door een scalair is eenvoudig:

<pre> :3*v2 [9 -3] :-5*u3 [15 -10 10] :2*u2-6*v2 [-16 10] A u3 u2 u3 u2 </pre>	<pre> :u3/2 [-3/2 1 -1] A u3 u2 u3 u2 </pre>
---	---

De functie absolute waarde

De functie absolute waarde (ABS) geeft bij toepassing op een vector de grootte van de vector. Bijvoorbeeld: $ABS([1, -2, 6])$, $ABS(A)$, $ABS(u3)$ wordt op het scherm als volgt weergegeven:

```

:[1 -2 6]          √41
:|A|              √55
:|u3|             √17
A | u3 | u2 | u3 | u2 |

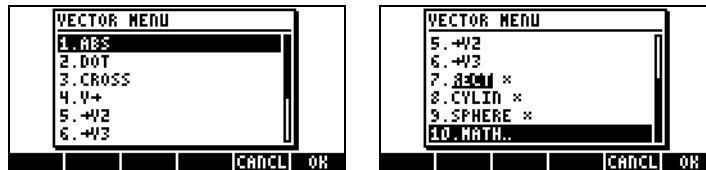
```


Het menu MTH/VECTOR

Het menu MTH (\leftarrow MTH) bevat een functiemenu speciaal voor vectorobjecten:



Het menu VECTOR bevat de volgende functies (systeemvlag 117 ingesteld op CHOOSE-boxes):



Grootte

Zoals eerder besproken, kan de grootte van een vector gevonden worden met de functie ABS. Deze functie kan tevens via het toetsenbord geactiveerd worden (\leftarrow ABS). Toepassingsvoorbeelden van ABS worden hierboven weergegeven.

Scalair product

De functie DOT (optie 2 in het bovenstaande CHOOSE-vakje) wordt gebruikt om het scalair product van twee vectoren met dezelfde lengte te berekenen. Enkele toepassingsvoorbeelden van de functie DOT met gebruik van de eerder opgeslagen vectoren A, u2, u3, v2 en v3 worden hieronder in de ALG-modus weergegeven. Pogingen om het scalair product van twee vectoren van verschillende lengte te berekenen geven een foutbericht.

:DOT(A,A)	55
:DOT(u2,v2)	1
:DOT(v3,u3)	-17

:DOT(u2,u3)	"Invalid Dimension"
:DOT(A,v3)	"Invalid Dimension"
:DOT(v2,u3)	"Invalid Dimension"

Vectorieel product

De functie CROSS (optie 3 in het menu MTH/VECTOR) wordt gebruikt om het vectorieel product van twee 2-D vectoren, twee 3-D vectoren of een 2-D vector en een 3-D vector te berekenen. Bij het berekenen van een vectorieel product wordt een 2-D vector in de vorm $[A_x, A_y]$ behandeld als een 3-D vector $[A_x, A_y, 0]$. Hieronder worden voorbeelden in de ALG-modus weergegeven voor twee 2-D en twee 3-D vectoren. Het vectorieel product van twee 2-D vectoren geeft een vector in alleen de z-richting, ofwel een vector in de vorm $[0, 0, C_z]$:

:CROSS(u2,v2)	$[0 \ 0 \ -7]$
:CROSS(u2,[2 -3])	$[0 \ 0 \ -7]$
:CROSS([1.5 -2],v2)	$[0 \ 0 \ 4.5]$

:CROSS(u3,v3)	$[-6 \ 4 \ 13]$
:CROSS(u3,u3)	$[0 \ 0 \ 0]$
:CROSS([1 3 -5],[1 2 3])	$[19 \ -8 \ -1]$

Hieronder worden voorbeelden weergegeven van vectorieel producten van een 3-D vector en een 2-D vector en vice-versa:

:CROSS(u3,v2)	$[-2 \ -6 \ -3]$
:CROSS(v2,v3)	$[-2 \ -6 \ -14]$
:CROSS([1 2 3],[5 -6])	$[18 \ 15 \ -16]$

Bij pogingen om een vectorieel product van vectoren met andere lengtes dan 2 of 3 te berekenen wordt een foutbericht weergegeven.

```
:CROSS(v3,A)
"Invalid Dimension"
:CROSS([1 2 3 4],v3)
"Invalid Dimension"
:CROSS(A,v2)
"Invalid Dimension"
A | v3 | v2 | v3 | v2 |
```

Referentie

Raadpleeg hoofdstuk 9 in de gebruikshandleiding van de rekenmachine voor meer informatie over bewerkingen met vectoren, inclusief toepassingen in de natuurkunde.

Hoofdstuk 9

Matrices en lineaire algebra

Dit hoofdstuk laat voorbeelden zien van het aanmaken van matrices en bewerkingen met matrices, inclusief toepassingen van lineaire algebra.

Matrices in het stapelgeheugen invoeren

In deze paragraaf laten we twee verschillende manieren zien waarop matrices in het stapelgeheugen van de rekenmachine kunnen worden ingevoerd: (1) met de Matrixschrijver en (2) door de matrix direct in het stapelgeheugen in te voeren.

Met de Matrixschrijver

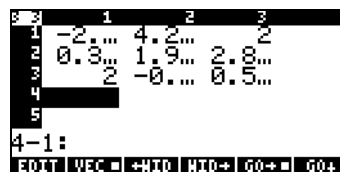
Net als vectoren, behandeld in Hoofdstuk 8, kunnen matrices in het stapelgeheugen worden ingevoerd m.b.v. De Matrixschrijver. Om bijvoorbeeld de matrix in te voeren:

$$\begin{bmatrix} -2.5 & 4.2 & 2.0 \\ 0.3 & 1.9 & 2.8 \\ 2 & -0.1 & 0.5 \end{bmatrix},$$

activeer eerst de Matrixschrijver met \leftarrow MTRW . Zorg ervoor dat de optie $\leftarrow \rightarrow$ is geselecteerd. Gebruik dan de volgende toetsencombinaties:

$\left[2 \right] \left[\cdot \right] \left[5 \right] \left[+/- \right] \left[ENTER \right] \left[4 \right] \left[\cdot \right] \left[2 \right] \left[ENTER \right] \left[2 \right] \left[ENTER \right] \left[\nabla \right] \left[\leftarrow \right] \left[\leftarrow \right] \left[\leftarrow \right]$
 $\left[\cdot \right] \left[3 \right] \left[ENTER \right] \left[/ \right] \left[\cdot \right] \left[9 \right] \left[ENTER \right] \left[2 \right] \left[\cdot \right] \left[8 \right] \left[ENTER \right]$
 $\left[2 \right] \left[ENTER \right] \left[\cdot \right] \left[/ \right] \left[+/- \right] \left[ENTER \right] \left[\cdot \right] \left[5 \right] \left[ENTER \right]$

Nu kan het beeldscherm van de Matrixschrijver er als volgt uitzien:

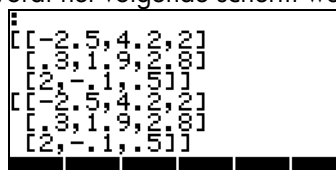


[**Opmerking:** niet alle lijnen zullen zichtbaar zijn wanneer u klaar bent met de oefeningen uit de afbeeldingen in dit hoofdstuk. De kop van het scherm zal de bovenste lijnen van de rekenmachine bedekken.]

Druk nogmaals op **ENTER** om de matrix in het stapelgeheugen te plaatsen. Het stapelgeheugen in de ALG-modus ziet u hieronder, voor en na het indrukken van.



Indien u de optie weergave textbook heeft geselecteerd (d.m.v. **MODE** en het aanvinken van ☒ Textbook), ziet de matrix eruit zoals hierboven weergegeven. Anders wordt het volgende scherm weergegeven:



Het scherm in de RPN-modus lijkt hier erg op.

De Matrix direct in het stapelgeheugen invoeren

Hetzelfde resultaat als hierboven kan bereikt worden door het volgende direct in het stapelgeheugen in te voeren:

$\leftarrow \left[\right]$
 $\leftarrow \left[\right]$ $2 \cdot 5 \rightarrow$ \leftarrow $4 \cdot 2 \rightarrow$ \leftarrow $2 \rightarrow$
 \leftarrow $\left[\right]$ $\cdot 3 \rightarrow$ \leftarrow $1 \cdot 9 \rightarrow$ \leftarrow $2 \cdot 8 \rightarrow$
 \leftarrow $\left[\right]$ $2 \rightarrow$ \leftarrow $1 \rightarrow$ \leftarrow $5 \rightarrow$ **ENTER**

Open dus een set haakjes ($\leftarrow \left[\right]$) om de matrix direct in het stapelgeheugen in te voeren en plaats nog een set haakjes ($\leftarrow \left[\right]$) om

iedere rij van de matrix. Komma's (\rightarrow , \bullet) dienen de elementen van iedere rij en de haakjes tussen de rijen te scheiden.

We bewaren deze matrix onder de naam A voor toekomstige oefeningen. Gebruik in de ALG-modus $\text{STO} \rightarrow \text{ALPHA} \rightarrow \text{A}$ en in de RPN-modus $\text{ALPHA} \rightarrow \text{A} \rightarrow \text{STO}$.

Bewerkingen met matrices

Matrices kunnen net als andere wiskundige grootheden worden opgeteld en afgetrokken. Ze kunnen met een scalair of onderling worden vermenigvuldigd. Een belangrijke bewerking voor lineaire algebratoepassingen is de inversie van een matrix. Meer informatie over deze bewerkingen worden hieronder gegeven.

Om de bewerkingen te illustreren, zullen we een aantal matrices aanmaken die we in de volgende variabelen zullen opslaan. Hier zijn de matrices A22, B22, A23, B23, A33 en B33 (De willekeurige matrices in uw rekenmachine kunnen verschillend zijn):

<pre> :RANM(2 2)>A22 [-8 0] [0 2] :RANM(2 2)>B22 [7 -8] [-8 8] B22 A22 </pre>	<pre> :RANM(2 3)>A23 [7 -8] [-8 8] [8 6 5] :RANM(2 3)>B23 [-2 4 5] [0 4 -4] [6 -6 -8] B23 A23 B22 A22 </pre>
<pre> :RANM(3 2)>A32 [-6 -6] [9 7] [-5 0] :RANM(3 2)>B32 [0 3] [5 -6] [-4 -3] B32 A32 B23 A23 B22 A22 </pre>	<pre> :RANM(3 3)>A33 [-8 -3 4] [7 8 6] [5 -1 4] :RANM(3 3)>B33 [-4 1 7] [-4 -5 7] [-7 6 2] B33 A33 B22 A22 B23 A23 </pre>

In de RPN-modus dient u de volgende stappen te volgen:

(2,2) ENTER RANM 'A22' ENTER STO	(2,2) ENTER RANM 'B22' ENTER STO
(2,3) ENTER RANM 'A23' ENTER STO	(2,3) ENTER RANM 'B23' ENTER STO
(3,2) ENTER RANM 'A32' ENTER STO	(3,2) ENTER RANM 'B32' ENTER STO
(3,3) ENTER RANM 'A33' ENTER STO	(3,3) ENTER RANM 'B33' ENTER STO

Optellen en aftrekken

Hieronder volgen vier voorbeelden met de hierboven opgeslagen matrices (ALG-modus).

$A_{22} + B_{22}$	$\begin{bmatrix} -1 & -8 \\ -8 & 10 \end{bmatrix}$	$A_{23} + B_{23}$	$\begin{bmatrix} 8 & 10 & 1 \\ 4 & -2 & -3 \end{bmatrix}$
$A_{22} - B_{22}$	$\begin{bmatrix} -15 & 8 \\ 8 & -6 \end{bmatrix}$	$A_{23} - B_{23}$	$\begin{bmatrix} 8 & 2 & 9 \\ -8 & 10 & 13 \end{bmatrix}$
B22 A22		B33 A33 B32 A32 B23 A23	

In de RPN-modus dient u de volgende stappen te volgen:

A22	ENTER	B22	ENTER	+	A22	ENTER	B22	ENTER	-
A23	ENTER	B23	ENTER	+	A23	ENTER	B23	ENTER	-
A32	ENTER	B32	ENTER	+	A32	ENTER	B32	ENTER	-
A33	ENTER	B33	ENTER	+	A33	ENTER	B33	ENTER	-

Vermenigvuldiging

Er zijn verschillende vermenigvuldigingsbewerkingen voor matrices. Ze worden hieronder beschreven. De voorbeelden worden weergegeven in de Algebraic-modus.

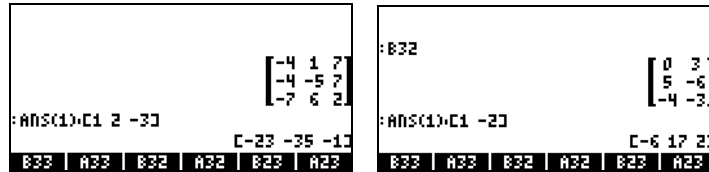
Vermenigvuldiging met een scalair

Hieronder volgen enkele voorbeelden van vermenigvuldiging van een matrix met een scalair.

$5 \cdot A_{22}$	$\begin{bmatrix} -30 & -30 \\ 45 & 35 \\ -25 & 0 \end{bmatrix}$	$-B_{23}$	$\begin{bmatrix} -8 & -10 & -1 \\ -4 & 2 & 3 \end{bmatrix}$
$-2 \cdot B_{33}$	$\begin{bmatrix} 32 & -8 & -56 \\ 32 & 40 & -56 \\ 56 & -48 & -16 \end{bmatrix}$	$1.25 \cdot A_{22}$	$\begin{bmatrix} -10 & 0 \\ 0 & 2.5 \end{bmatrix}$
B33 A33 B32 A32 B23 A23		B22 A22	

Matrix-vectorvermenigvuldiging

Matrix-vectorvermenigvuldiging is alleen mogelijk indien het aantal kolommen van de matrix gelijk is aan de lengte van de vector. Hier volgen enkele voorbeelden van matrix-vectorvermenigvuldiging:



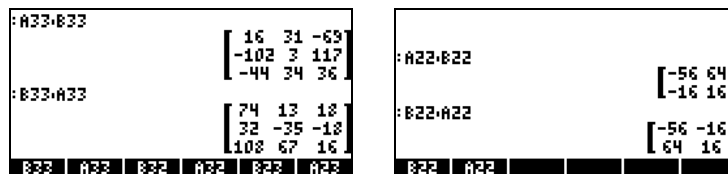
Anderzijds is vector-matrixvermenigvuldiging niet gedefinieerd. Deze vermenigvuldiging kan echter wel uitgevoerd worden als een speciaal geval van matrixvermenigvuldiging zoals hieronder uitgewerkt.

Matrixvermenigvuldiging

Matrixvermenigvuldiging is gedefinieerd als $\mathbf{C}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times p} \cdot \mathbf{B}_{p \times n}$. Matrixvermenigvuldiging is alleen mogelijk als het aantal kolommen in de eerste operand gelijk is aan het aantal rijen in de tweede operand. De algemene term in het product, c_{ij} , is gedefinieerd als

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^p a_{ik} \cdot b_{kj}, \text{ for } i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n.$$

Matrixvermenigvuldiging is niet commutatief, d.w.z. in het algemeen $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} \neq \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$. Verder kan het zijn dat een van de vermenigvuldigingen zelfs niet bestaat. De volgende schermweergaven geven het resultaat weer van vermenigvuldigingen van de matrices die we eerder hebben opgeslagen.



Term-voor-term vermenigvuldiging

Term-voor-term vermenigvuldiging van twee matrices met dezelfde afmetingen is mogelijk met de functie HADAMARD. Vanzelfsprekend is het resultaat een matrix met dezelfde afmetingen. Deze functie is beschikbaar via de Functiecatalogus (\rightarrow CAT) of via het submenu MATRICES/OPERATIONS (\leftarrow MATRICES). Hieronder volgen toepassingen van de functie HADAMARD:

<pre> :HADAMARD(A33,B33) [32 -3 28] [-28 -40 42] [-35 -6 8] :HADAMARD(A22,B22) [-56 0] [0 16] B22 A22 </pre>	<pre> :HADAMARD(B32,A32) [0 -18] [45 -42] [20 0] :HADAMARD(B23,A23) [0 24 -20] [-12 -24 -40] B33 A33 B32 A32 B23 A23 </pre>
--	---

De identiteitsmatrix

De identiteitsmatrix heeft de eigenschap dat $\mathbf{A} \cdot \mathbf{I} = \mathbf{I} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A}$. Om deze eigenschap te verifiëren, geven we de volgende voorbeelden met de matrices die we eerder hebben opgeslagen. Gebruik de functie IDN (zoek deze in het menu MTH/MATRIX/MAKE) om de identiteitsmatrix weer te geven die hier wordt getoond:

<pre> :A22 [-8 0] [0 2] :A22*IDN(A22) [-8 0] [0 2] B22 A22 </pre>	<pre> [-8 0] :A22*IDN(A22) [0 2] [-8 0] :IDN(A22)*A22 [0 2] [-8 0] B22 A22 </pre>
---	---

De inverse matrix

De inversie van een vierkante matrix \mathbf{A} is de matrix \mathbf{A}^{-1} zodat $\mathbf{A} \cdot \mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{I}$, waarbij \mathbf{I} de identiteitsmatrix is met dezelfde afmetingen als \mathbf{A} . U verkrijgt de inversie van een matrix in de rekenmachine m.b.v. de inversiefunctie INV (d.w.z. de toets $\frac{1}{x}$). Hieronder volgen voorbeelden van inversie van enkele eerder opgeslagen matrices :

<pre> :INV(A22) [-1 0] [8 1] [0 1] [2 2] B22 A22 </pre>	<pre> :INV(B22) [-1 -1] [-1 -1] [-1 -1] [-1 -1] B22 A22 </pre>
--	--

Om de eigenschappen van de inverse matrix te verifiëren, geven we de volgende vermenigvuldigingen:

:A33*INV(A33)	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
:INV(B33)*B33	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
B33 A33 B32 A32 B23 A23	

:B22*INV(B22)	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
:A22*INV(A22)	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
B22 A22	

Een matrix karakteriseren (Het menu matrix NORM)

Het menu matrix NORM (NORMALIZE) is toegankelijk met de toetsencombinatie \leftarrow MTH . Dit menu wordt uitvoerig beschreven in hoofdstuk 10 in de gebruikshandleiding van de rekenmachine. Enkele van deze functies worden hieronder beschreven.

De functie DET

De functie DET berekent de determinant van een vierkante matrix.

Bijvoorbeeld:

:DET(B33)	-246
:DET(A33)	-498
B23 A23 B22 A22	

:DET(B22)	-8
:DET(A22)	-16
B23 A23 B22 A22	

De functie TRACE

De functie TRACE berekent de diagonaalsom van een vierkante matrix, gedefinieerd als de som van de elementen in de hoofddiagonaal, of

$$tr(A) = \sum_{i=1}^n a_{ii} .$$

Voorbeelden:

:TRACE(A22)	-6
:TRACE(B22)	15
B23 A23 B22 A22	

:TRACE(A33)	4
:TRACE(B33)	-7
A X B33 A33 B32 A32	

Oplossing van lineaire systemen



Een stelsel van n lineaire vergelijkingen in m variabelen kan geschreven worden als

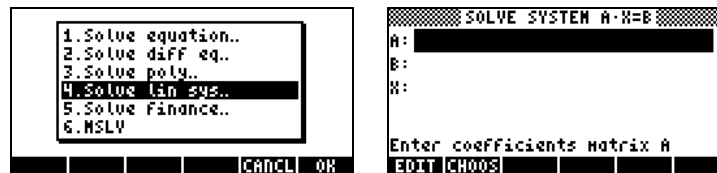
$$\begin{aligned} a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + a_{13} \cdot x_3 + \dots + a_{1,m-1} \cdot x_{m-1} + a_{1,m} \cdot x_m &= b_1, \\ a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + a_{23} \cdot x_3 + \dots + a_{2,m-1} \cdot x_{m-1} + a_{2,m} \cdot x_m &= b_2, \\ a_{31} \cdot x_1 + a_{32} \cdot x_2 + a_{33} \cdot x_3 + \dots + a_{3,m-1} \cdot x_{m-1} + a_{3,m} \cdot x_m &= b_3, \\ \vdots & \\ a_{n-1,1} \cdot x_1 + a_{n-1,2} \cdot x_2 + a_{n-1,3} \cdot x_3 + \dots + a_{n-1,m-1} \cdot x_{m-1} + a_{n-1,m} \cdot x_m &= b_{n-1}, \\ a_{n1} \cdot x_1 + a_{n2} \cdot x_2 + a_{n3} \cdot x_3 + \dots + a_{n,m-1} \cdot x_{m-1} + a_{n,m} \cdot x_m &= b_n. \end{aligned}$$


Dit stelsel van lineaire vergelijkingen kan geschreven worden als een matrixvergelijking $\mathbf{A}_{n \times m} \cdot \mathbf{x}_{m \times 1} = \mathbf{b}_{n \times 1}$, indien we de volgende matrices en vectoren definiëren:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nm} \end{bmatrix}_{n \times m}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix}_{m \times 1}, \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}_{n \times 1}$$

De numerieke solver gebruiken voor lineaire systemen

Er zijn vele manieren om een stelsel van lineaire vergelijkingen met de rekenmachine op te lossen. Een mogelijkheid is m.b.v. de numerieke solver  **NUM.SLV**. Selecteer optie 4. *Solve lin sys..* in het hieronder (links) weergegeven scherm van de numerieke solver en druk op . Het volgende invoerscherm wordt dan weergegeven (rechts):



Voer matrix **A** in de opmaak $[[a_{11}, a_{12}, \dots], \dots [\dots]]$ in het A-veld in om het lineaire stelsel $\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}$ op te lossen. Voer tevens de vector **b** in in het B:-veld. . Druk op  wanneer het X:-veld is geselecteerd. De oplossingsvector **x** zal worden weergegeven in het X-veld indien er een oplossing beschikbaar is. De oplossing wordt tevens gekopieerd naar niveau 1 in het stapelgeheugen. Hier volgen een aantal voorbeelden:


Het stelsel van lineaire vergelijkingen

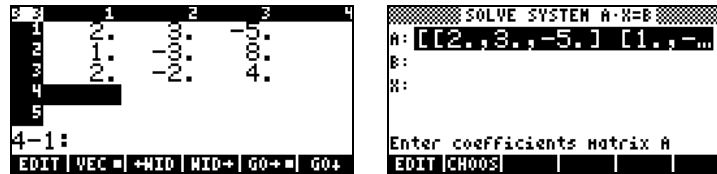
$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 &= 13, \\ x_1 - 3x_2 + 8x_3 &= -13, \\ 2x_1 - 2x_2 + 4x_3 &= -6, \end{aligned}$$

kan worden geschreven als de matrixvergelijking $\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}$ indien

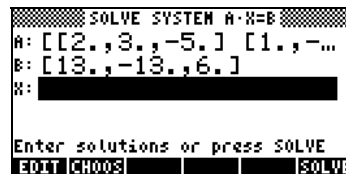
$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -5 \\ 1 & -3 & 8 \\ 2 & -2 & 4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, \quad \text{and} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 13 \\ -13 \\ -6 \end{bmatrix}.$$

Dit stelsel heeft hetzelfde aantal vergelijkingen als onbekenden en er zal naar worden verwezen als een vierkant stelsel. In het algemeen zou er een oplossing voor het stelsel moeten zijn. De oplossing is het kruispunt van de drie vlakken in het coördinatenstelsel (x_1, x_2, x_3) weergegeven door de drie vergelijkingen.

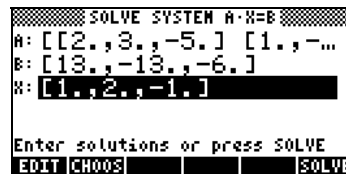
Om matrix **A** in te voeren, kunt u de Matrixschrijver activeren tijdens het selecteren van het A:-veld. Het volgende scherm toont het gebruik van de Matrixschrijver voor het invoeren van matrix **A** en het invoerscherm voor de numerieke solver na het invoeren van matrix **A** (druk op  in de Matrixschrijver):



Druk op ∇ om het B:-veld te selecteren. De vector b kan worden ingevoerd als een rijvector met een enkele set haakjes, bijv. $[13, -13, -6]$ $\boxed{\text{ENTER}}$. Na het invoeren van matrix A en vector b en het selecteren van het X:-veld kunnen we op $\boxed{\text{SOLVE}}$ drukken om te proberen een oplossing te krijgen voor dit stelsel van vergelijkingen:

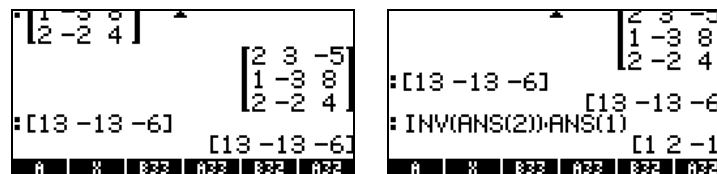


De volgende oplossing werd gevonden.



Oplossing met de inverse matrix

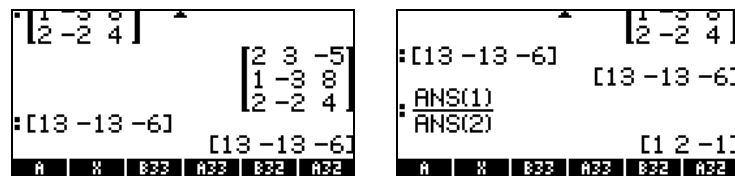
De oplossing voor het stelsel $\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}$, waarbij \mathbf{A} een vierkante matrix is $\mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{b}$. Voor het eerder gebruikte voorbeeld kunnen we de oplossing in de rekenmachine als volgt vinden (Voer eerst matrix A en vector b nogmaals in):



Oplossing door "deling" van matrices

Terwijl de bewerking voor het delen voor matrices niet is gedefinieerd, kunnen we de \div toets van de rekenmachine gebruiken om vector **b** door matrix **A** te "delen" om **x** op te lossen in de matrixvergelijking $\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}$. De procedure voor "delen" van het geval van **b** door **A** wordt hieronder weergegeven voor het bovenstaande voorbeeld.

De procedure wordt weergegeven in de volgende schermweergaven (voer de matrices **A** en vector **b** nogmaals in):



Referenties

Raadpleeg hoofdstuk 10 en 11 in de gebruikshandleiding van de rekenmachine voor meer informatie over het maken van matrices, matrixbewerkingen en matrixtoepassingen in lineaire algebra.

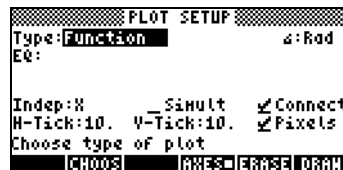
Hoofdstuk 10

Grafieken

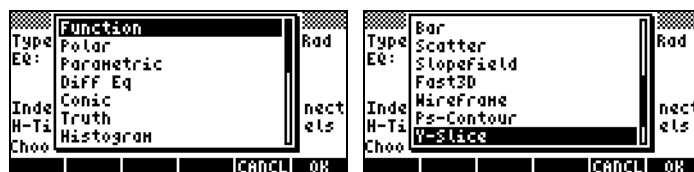
In dit hoofdstuk introduceren we enkele van de grafische mogelijkheden van de rekenmachine. We laten grafieken van functies in Cartesiaanse coördinaten en polaire coördinaten, parametrische grafieken, conische grafieken, staafdiagrammen, puntgrafieken en snelle 3D-grafieken zien.

Grafische opties in de rekenmachine

Voor de lijst van grafische vormen in de rekenmachine gebruikt u de toetsencombinatie \leftarrow 2D/3D (F4). Indien u de RPN-modus gebruikt, dienen deze twee toetsen tegelijkertijd ingedrukt te worden om de grafische functies te activeren. Na activering van de 2D/3D-functie verschijnt het PLOT SETUP-scherm met daarin het TYPE-veld zoals hieronder weergegeven.



Precies voor het TYPE-veld is hoogstwaarschijnlijk de optie *Function* geselecteerd. Dit is het standaardtype grafiek voor de rekenmachine. Om de lijst met beschikbare grafieksoorten te zien, drukt u op de softmenutoets \leftarrow TYPE. Er verschijnt dan een drop-downmenu met de volgende opties (gebruik de pijljes omlaag/omhoog om alle opties te bekijken):





Een uitdrukking van de vorm $y = f(x)$ plotten

Laten we bijvoorbeeld de volgende functie plotten:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)$$

- Ga eerst naar de PLOT SETUP-omgeving door op \leftarrow $\frac{2D}{3D}$ te drukken. Zorg ervoor dat de optie Function geselecteerd is als TYPE en dat 'X' is geselecteerd als de onafhankelijke variabele (INDEP). Druk op \leftarrow $\frac{NXT}{0/1}$ om naar het normale scherm van de rekenmachine terug te keren. Het PLOT-SETUP-scherm dient er ongeveer als volgt uit te zien:



- Ga naar de PLOT omgeving door op \leftarrow $\frac{Y=}{\frac{2D}{3D}}$ te drukken (tegelijkertijd indrukken in de RPN-modus). Druk op \leftarrow $\frac{000}{\frac{2D}{3D}}$ om naar de vergelijkingenschrijver te gaan. U wordt gevraagd om de rechterkant van een vergelijking $Y1(X) = \frac{\square}{\square}$ in te vullen. voer de functie in die u wilt plotten, zodat de Vergelijkingenschrijver het volgende weergeeft:

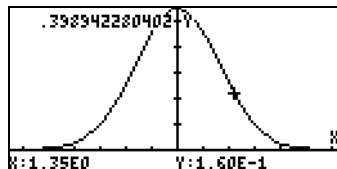
- Druk op **ENTER** om terug te keren naar het PLOT-FUNCTION-scherm. De uitdrukking ' $Y1(X) = \text{EXP}(-X^2/2)/\sqrt{(2*\pi)}$ ' wordt gemarkeerd. Druk op **NXT** **GRAPH** om naar het normale scherm van de rekenmachine terug te keren.
- Ga naar de PLOT WINDOW-omgeving door op **◀** **WIN** te drukken (tegelijktijd indrukken in de RPN-modus). Gebruik een bereik van -4 tot 4 voor de H-VIEW en druk dan op **ENTER** om automatisch de V-VIEW te genereren. Het PLOT WINDOW-scherm ziet er als volgt uit:



```

PLOT WINDOW - FUNCTION
H-View:-4.          4.
V-View:-5.96874    .3989422
Indep Low: Default High:Default
Step: Default    _Pixels
Enter minimum horizontal value
EDIT |          | AUTO | ERASE | DRAW

```










- Plot de grafiek: **ERASE** **DRAW** (wacht tot de rekenmachine klaar is met de grafieken)
- Om labels te bekijken: **EDIT** **NXT** **EDIT** **NAME**
- Om terug te keren naar het eerste grafiekenmenu: **NXT** **NXT** **GRAPH**
- Om de curve te traceren: **TRACE** **GRAPH**. Gebruik de rechter- en linkerpijltoetsen (**◀** **▶**) om de curve te verplaatsen. De coördinaten van de punten die u traceert worden onderaan in het scherm weergegeven. Controleer dat voor $x = 1.05$, $y = 0.0231$. Controleer dat ook voor $x = -1.48$, $y = 0.134$. Hier ziet u de afbeelding van de grafiek in de traceermodus:






- Druk op **NXT**  om terug te keren naar het menu en de PLOT WINDOW-omgeving. Druk op **NXT**  om terug te keren naar normale weergave.










Een tabel genereren van waarden voor een functie







De combinaties **←** **TBLSET** (**F5**) en **←** **TABLE** (**F6**), tegelijkertijd indrukken in de RPN-modus, laat de gebruiker een tabel van waarden van functies maken. We maken als voorbeeld een tabel van de functie $Y(X) = X/(X+10)$ in het bereik $-5 < X < 5$ aan de hand van de volgende aanwijzingen:

- We genereren waarden van de hierboven gedefinieerde functie $f(x)$ voor waarden van x van -5 tot 5 in stapgrootten van 0.5 . Eerst moeten we ervoor zorgen dat het grafiektype op **FUNCTION** staat in het PLOT-SETUP-schermbild (**←** **2D/3D**, tegelijkertijd indrukken in de RPN-modus). Het veld voor de *Type*-optie wordt gemarkeerd. , Druk op de softtoets  en selecteer de **FUNCTION**-optie als dit veld niet al is ingesteld op **FUNCTION**, druk vervolgens op .
- Druk vervolgens op  om het veld naast de EQ-optie te markeren en voer de volgende functie-uitdrukking in: ' $X/(X+10)$ '. Druk op **ENTER** ".
- Druk op **NXT**  om de veranderingen in het PLOT-SETUP-schermbild te accepteren. U keert terug naar het normale scherm van de rekenmachine.
- De volgende stap is om naar het Tabel-Setup-schermbild te gaan met de toetsencombinatie **←** **TBLSET** (behorende bij softtoets **F5**) – tegelijkertijd indrukken in de RPN-modus. Nu verschijnt een scherm waar u de startwaarde (*Start*) en de stapgrootte (*Step*) kunt selecteren. Voer het volgende in: **5** **+/-**  **0** **.** **5**  **0** **.** **5**  (d.w.z. Zoomfactor = 0.5). Druk herhaaldelijk op de -softmenutoets tot een selectie-indicatie verschijnt voor de optie *Small Font*. Druk vervolgens op . U keert nu terug naar het normale scherm van de rekenmachine.
- Druk op **←** **TABLE** (behorende bij softmenutoets **F6**) om de tabel te bekijken – tegelijkertijd indrukken in de RPN-modus. Nu verschijnt een

tabel met waarden van $x = -5, -4.5, \dots$, en de corresponderende waarden van $f(x)$, worden standaard als $Y1$ genoteerd. U kunt de pijltoetsen omhoog/omlaag gebruiken om door de tabel te bewegen. Het zal u opvallen dat we geen eindwaarde voor de onafhankelijke variabele x aan hebben geven. De tabel gaat daarom verder dan de voorgestelde maximumwaarde voor x , namelijk $x = 5$.











Enkele opties die beschikbaar zijn terwijl de tabel zichtbaar is, zijn ,  en .

- De -toets geeft, wanneer geselecteerd, de definitie weer van de onafhankelijke variabele.
- De -toets verandert eenvoudigweg de lettertekens van klein naar groot en andersom. Probeer het maar uit.
- De -toets geeft wanneer geselecteerd, een menu weer met de volgende opties: *In*, *Out*, *Decimal*, *Integer* en *Trig*. Probeer de volgende oefeningen:
 - Druk op  met de optie *In* gemarkeerd. De tabel wordt uitgebreid zodat de x -stapgrootte nu 0.25 is in plaats van 0.5. Het is simpel. De rekenmachine vermenigvuldigd de originele stapgrootte 0.5 met de zoomfactor 0.5 om zo te komen tot de nieuwe stapgrootte 0.25. De zoom *in*-optie is handig wanneer u een hogere resolutie wilt voor de waarden van x in uw tabel.
 - Druk op , selecteer *In* nogmaals en druk dan op  om de resolutie met nog een factor 0.5 te verhogen. De x -stapgrootte is nu 0.0125.
 - Druk op    om de optie *Un-zoom* te selecteren die weer terugkeert naar de vorige x -stapgrootte. De x -stapgrootte is nu verhoogd naar 0.25.

- U kunt nogmaals een *un-zoom* uitvoeren of de optie *zoom out* gebruiken door te drukken op    om de originele x-stapgrootte van 0.5 in te stellen.
- De optie Decimal in  geeft x-stapgrootten van 0.10.
- De optie Integer in  geeft x-stapgrootten van 1.
- De optie Trig in geeft stapgrootten die gerelateerd zijn aan breuken van π , dat is handig als u tabellen maakt van trigonometrische functies.
- Druk op  om terug te keren naar het normale scherm van de rekenmachine.

Snelle 3D-grafieken

Snelle 3D-grafieken worden gebruikt om driedimensionale vlakken te visualiseren die worden weergegeven door vergelijkingen van de vorm $z = f(x,y)$. Als u bijvoorbeeld $z = f(x,y) = x^2 + y^2$ wilt visualiseren, kunnen we het volgende gebruiken:

- Druk op  , tegelijkertijd indrukken in de RPN-modus, om het PLOT SETUP-scherm te openen.
- Verander TYPE in Fast3D. (, zoek *Fast3D*, ).
- Druk op  en voer 'X^2+Y^2'  in.
- Zorg ervoor dat 'X' is geselecteerd als Indep: en 'Y' als Depnd: variabelen.
- Druk op   om naar het normale scherm van de rekenmachine terug te keren.
- Druk op  , tegelijkertijd indrukken in de RPN-modus, om het PLOT WINDOW scherm te openen.

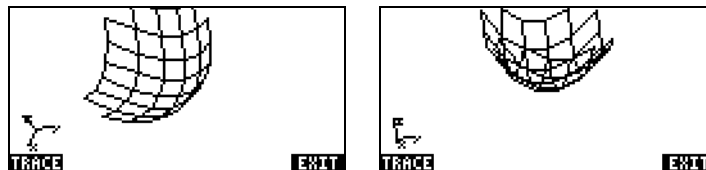
- Laat de standaardbereiken van het plotscherm als volgt weergeven:

```
X-Left:-1      X-Right:1
Y-Near:-1      Y-Far: 1
Z-Low: -1      Z-High: 1
```

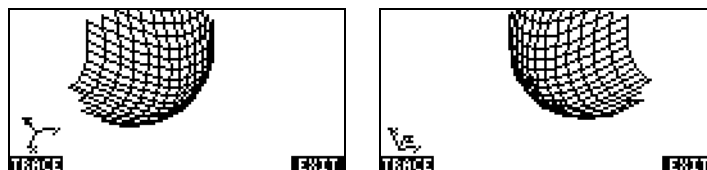
```
Step Indep: 10  Depnd: 8
```

N.B.: de Step Indep:- en Depnd:-waarden geven het aantal stippellijnen weer dat in de grafiek gebruikt dienen te worden. Hoe hoger het aantal, hoe langer het duurt om de grafiek te maken, ook al is de benodigde tijd voor het genereren van een grafiek relatief kort. Nu zullen we de standaardwaarden van 10 en 8 voor de Stepgegevens laten staan.

- Druk op  om het driedimensionale vlak te tekenen. Het resultaat is een ijzerdraadweergave van het vlak met het referentie-coördinatenstelsel linksonder in het scherm. Met behulp van de pijltoetsen (   ) kunt u de richting van het vlak veranderen. De richting van het referentie-coördinatenstelsel zal dienovereenkomstig veranderen. Probeer zelf de richting van het vlak te veranderen. De volgende afbeeldingen tonen enkele weergaven van de grafiek:



- Druk op  wanneer u klaar bent.
- Druk op  om terug te keren naar de PLOT WINDOW-omgeving.
- Verander de Stepgegevens als volgt: Step Indep: 20 Depnd: 16
- Druk op  om de grafiek van het vlak te zien. Voorbeeldweergaven:



- Druk op **EXIT** wanneer u klaar bent.
- Druk op **EXIT** om terug te keren naar het PLOT WINDOW.
- Druk op **ON** of **NXT** **OK** om naar het normale scherm van de rekenmachine terug te keren.

Probeer ook een Snelle 3D-grafiek voor het vlak $z = f(x,y) = \sin(x^2+y^2)$

- Druk op **2D/3D**, tegelijkertijd indrukken in de RPN-modus, om het PLOT SETUP scherm te openen.
- Druk op **▼** en voer 'SIN(X^2+Y^2)' **OK** in.
- Druk op **EDIT** **OK** om de hellingvlakgrafiek te tekenen. Druk op **EXIT** **NXT** **EDIT** **NEXT** zodat de grafiek niet meer belemmerd wordt door het menu en identificerende labels te zien zijn.
- Druk op **NXT** **NXT** **EDIT** om de EDIT-omgeving te verlaten.
- Druk op **EDIT** om terug te keren naar de PLOT WINDOW-omgeving. Druk vervolgens op **ON** of **NXT** **OK** om naar het normale scherm van de rekenmachine terug te keren.

Referentie

Raadpleeg hoofdstuk 12 en 22 in de gebruikshandleiding van de rekenmachine voor meer informatie over grafieken.

Hoofdstuk 11

Calculustoepassingen

In dit hoofdstuk bespreken we toepassingen van de functies van de rekenmachine op bewerkingen met betrekking tot Calculus, bijvoorbeeld limieten, afgeleiden, integralen, machtreeksen, enz.

Het menu CALC (Calculus)

Veel van de functies in dit hoofdstuk bevinden zich in het CALC-menu van de rekenmachine dat toegankelijk is met de toetsencombinatie \leftarrow CALC (verbonden met toets 4):



De eerste vier opties in dit menu zijn eigenlijk submenu's die van toepassing zijn op (1) afgeleiden en integralen, (2) limieten en krachtreeksen, (3) differentiaalvergelijkingen en (4) grafieken. De functies onder (1) en (2) zullen worden behandeld in dit hoofdstuk. De functies DERVX en INTVX worden uitvoerig besproken op respectievelijk pagina 11-2 en 11-3.

Limieten en afgeleiden

Differentiaal calculus behandelt afgeleiden of veranderingsgraden van functies en hun toepassingen in wiskundige analyses. De afgeleide van een functie wordt gedefinieerd als een limiet van het verschil van een functie wanneer de toename in de onafhankelijke variabele nul benadert. Limieten worden gebruikt om de continuïteit van functies te controleren.

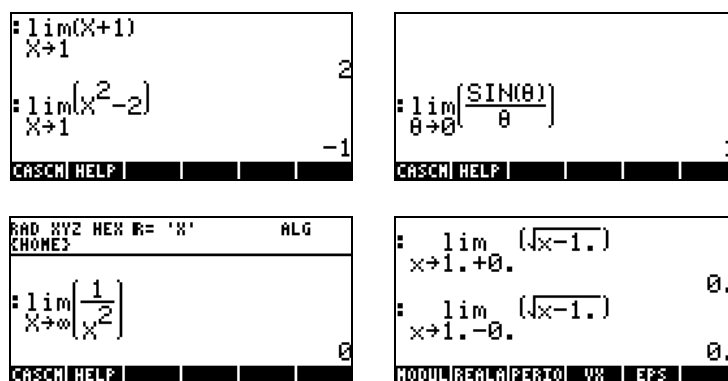
De functie Lim

De rekenmachine biedt de functie *lim* om limieten van functies te berekenen. Deze functie gebruikt als invoer een uitdrukking die een functie weergeeft en

de waarde waarvan de limiet moet worden berekend. De functie *lim* is beschikbaar via de commandocatalogus (\rightarrow CAT ALPHA \leftarrow L) of via optie 2 LIMITS & SERIES... van het CALC-menu (zie boven).

De functie *lim* wordt in de ALG-modus ingevoerd als $\lim(f(x), x=a)$ om de limiet $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ te berekenen. In de RPN-modus voert u eerst de functie in,

dan de uitdrukking 'x=a' en tenslotte de functie *lim*. Voorbeelden in de ALG-modus worden hieronder weergegeven, met inbegrip van enkele limieten naar oneindigheid en eenzijdige limieten. **[Opmerking:** niet alle lijnen zullen zichtbaar zijn wanneer u klaar bent met de oefeningen in de volgende afbeeldingen.]



De Functies DERIV en DERVX

De functie DERIV wordt gebruikt om afgeleiden met betrekking tot een onafhankelijke variabele te nemen en de functie DERVX neemt afgeleiden met betrekking tot de standaardvariabele VX (meestal 'X'). De DERVX-functie is direct via het CALC-menu beschikbaar en beide functies zijn beschikbaar onder het submenu DERIV.&INTEG in het CALC-menu (\leftarrow CALC).

De functie DERIV vereist een functie, bijv. $f(t)$ en een onafhankelijke variabele, bijv. t . De functie DERVX vereist enkel een functie van VX. Voorbeelden in de ALG-modus worden hieronder weergegeven. Vergeet niet dat in de RPN-modus de argumenten vóór de functie moeten worden ingevoerd.

(typ functienaam om deze te activeren)



Anti-afgeleiden en integralen

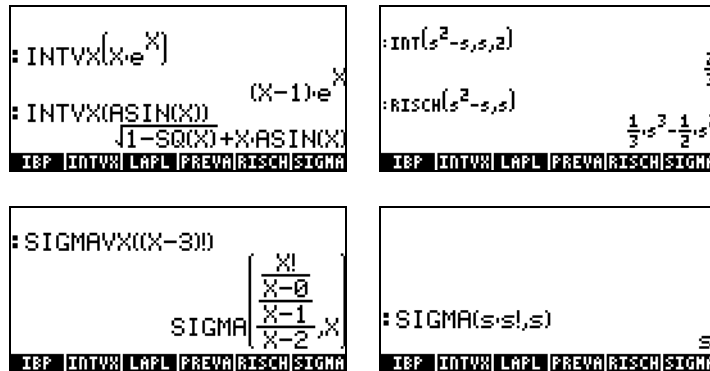
Een anti-afgeleide van een functie $f(x)$ is een functie $F(x)$ zodat $f(x) = dF/dx$. Een manier om een anti-afgeleide weer te geven, is als een ongedefinieerde integraal, d.w.z.:

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

alleen, en alleen als $f(x) = dF/dx$, en $C = \text{constant}$.

De functies INT, INTVX, RISCH, SIGMA en SIGMAVX

De rekenmachine biedt de functies INT, INTVX, RISCH, SIGMA en SIGMAVX om anti-afgeleiden van functies te berekenen. De functies INT, RISCH en SIGMA werken met functies van willekeurige variabelen. De functies INTVX en SIGMAVX gebruiken functies van de CAS-variabele VX (meestal 'x'). De functies INT en RISCH vereisen derhalve niet alleen dat de uitdrukking voor de functie geïntegreerd is, maar ook de naam van de onafhankelijke variabele. De functie INT vereist bovendien een waarde van x waar de waarde van de anti-afgeleide wordt bepaald. De functies INTVX en SIGMAVX vereisen alleen dat de uitdrukking van de functie integreert m.b.t. VX. De functies INTVX, RISCH, SIGMA en SIGMAVX zijn beschikbaar in het CALC/DERIV&INTEG-menu, INT is beschikbaar in de commandocatalogus. Hieronder worden enkele voorbeelden in ALG-modus getoond: Enkele voorbeelden in de ALG-modus worden hieronder weergegeven (voer de functionamen in om ze te activeren):



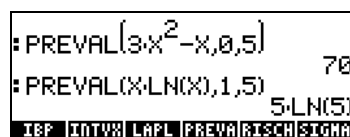
Let op: de functies SIGMAVX en SIGMA zijn ontworpen voor integranden met een zekere integraalfunctie zoals de factor(!)-functie hierboven. Het resultaat is een zogenaamde discreetafgeleide, d.w.z. een die alleen voor hele getallen is gedefinieerd.

Eindige integralen

In een eindige integraal van een functie wordt de waarde van de resulterende anti-afgeleide bepaald bij de boven- en benedenlimiet van een interval (a,b) en worden de geëvalueerde waarden afgetrokken. Symbolisch

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a), \text{ waarbij } f(x) = dF/dx.$$

Gebruik de PREVAL-functie (f(x),a,b) om eindige integralen van functies te berekenen met de CAS-variabele VX (meestal 'X'). Bijvoorbeeld:



Oneindige series

Een functie $f(x)$ kan worden uitgebreid tot een oneindige reeks rond punt $x=x_0$ d.m.v. een Taylor-reeks, namelijk:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!} \cdot (x - x_0)^n ,$$

waarbij $f^{(n)}(x)$ de n -th afgeleide van $f(x)$ weergeeft met betrekking tot x , $f^{(0)}(x) = f(x)$.

Bij een waarde $x_0 = 0$ wordt de reeks een Maclaurin-reeks genoemd.

De Functies TAYLR, TAYLRO, en SERIES

De functies TAYLR, TAYLRO en SERIES worden gebruikt om Taylor-polynomen en Taylor-reeksen met resttermen te genereren. Deze functies zijn beschikbaar in het menu CALC/LIMITS&SERIES dat eerder in dit hoofdstuk is beschreven.

De functie TAYLRO voert een uitbreiding uit van een Maclaurin-reeks, d.w.z. rond $X = 0$ van een uitdrukking in de standaard onafhankelijke variabele VX (meestal 'X'). De uitbreiding gebruikt een 4^e orde relatieve macht, d.w.z. het verschil tussen de hoogste en de laagste macht in de uitbreiding is 4. Bijvoorbeeld:

$$: \text{TAYLRO}(e^X)$$

$$\frac{1}{24}X^4 + \frac{1}{6}X^3 + \frac{1}{2}X^2 + X + 1$$

$$: \text{TAYLRO}(\text{SIN}(X))$$

$$\frac{1}{120}X^5 + \frac{-1}{6}X^3 + X$$

De functie TAYLR voert uitbreiding uit van een Taylor-reeks van een functie van een willekeurige variabele x rond een punt $x = a$ voor de orde k die is gespecificeerd door de gebruiker. De functie heeft dus de vorm $\text{TAYLR}(f(x-a), x, k)$. Bijvoorbeeld:

$$: \text{TAYLR}(\text{SIN}(s - \frac{\pi}{2}), s, 6)$$

$$\frac{1}{720}s^6 + \frac{-1}{24}s^4 + \frac{1}{2}s^2 - 1$$

$$: \text{TAYLR}(e^{t-1}, t, 5)$$



$$\frac{1}{120}e t^5 + \frac{1}{24}e t^4 + \frac{1}{6}e t^3 + \frac{1}{2}e t^2 + \frac{1}{2}e t + \frac{1}{2}e$$

De functie SERIES geeft een Taylor-polynoom die als argumenten gebruikt de te ontwikkelen functie $f(x)$, een enkele variabelenaam (voor Maclaurin-reeks) of een uitdrukking in de vorm 'variabele = waarde' die het punt van uitbreiding van een Taylor-reeks aangeeft en de volgorde van de aan te maken reeks. De functie SERIES geeft twee uitvoeritems: een lijst met vier items en een uitdrukking voor $h = x - a$, als het tweede argument in de functieoproep 'x=a' is, d.w.z. een uitdrukking voor de stapgrootte h. De lijst die als eerste uitvoer wordt gegeven bevat de volgende items:



- 1 - Bi-directionele limiet van de functie op het uitbreidingspunt: $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$
- 2 - Equivalente waarde van de functie die $x = a$ benadert.
- 3 - Uitdrukking voor de Taylor-polynoom
- 4 - Volgorde van de resttermen of de rest

Vanwege de relatief hoge uitvoer is deze functie makkelijker te hanteren in de RPN-modus. De onderstaande schermweergaven bijvoorbeeld tonen het RPN-stapelgeheugen voor en na het gebruik van de SERIES-functie:

<pre> 004: 003: 002: 001: 1: DIVPC L N SERIE TAYLO TAYLR CALC </pre>	<pre> 004: 003: 002: 001: 1: DIVPC L N SERIE TAYLO TAYLR CALC </pre>
--	--

Laat de inhoud van niveau 1 van het stapelgeheugen naar beneden lopen door op  te drukken en vervolgens op  om de lijst te ontbinden. Het resultaat wordt hieronder weergegeven:

<pre> 004: 003: 002: 001: 1: DIVPC L N SERIE TAYLO TAYLR CALC </pre>	<pre> 004: 003: 002: 001: 1: DIVPC L N SERIE TAYLO TAYLR CALC </pre>
--	--

In de rechterafbeelding hierboven gebruiken we de regeleditor om de reeksuitbreiding in detail te bekijken. Gebruik   om dit resultaat te krijgen.

Referentie

Raadpleeg hoofdstuk 13 in de gebruikshandleiding van de rekenmachine voor meer definities en toepassingen van calculusbewerkingen.

Hoofdstuk 12

Multivariant Calculustoepassingen

Met Multivariant calculus worden functies van twee of meer variabelen bedoeld. In dit hoofdstuk bespreken we de basisconcepten van multivariant-calculus: partiële afgeleiden en meervoudige integralen.

Partiële afgeleiden

Gebruik de regels voor gewone afgeleiden met betrekking tot de betreffende variabele om snel partiële afgeleiden van multivariant functies te berekenen. Beschouw daarbij alle andere variabelen als constant. Bijvoorbeeld:

$$\frac{\partial}{\partial x}(x \cos(y)) = \cos(y), \quad \frac{\partial}{\partial y}(x \cos(y)) = -x \sin(y),$$

U kunt de afgeleidenfuncties in de rekenmachine gebruiken: DERVX, DERIV, ∂ , uitvoerig beschreven in hoofdstuk 11 in deze handleiding, om partiële afgeleiden te berekenen (DERVX gebruikt de CAS-standaardvariabele VX (meestal 'X'). Enkele voorbeelden van partiële vergelijkingen van de eerste orde worden hieronder weergegeven. De functies die gebruikt worden in de eerste twee voorbeelden zijn $f(x,y) = x \cos(y)$ en $g(x,y,z) = (x^2+y^2)^{1/2} \sin(z)$. **[Opmerking:** niet alle lijnen zullen zichtbaar zijn wanneer u klaar bent met de oefeningen in de volgende afbeeldingen.]

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x}(f(x,y)) \\ & \cos(y) \\ & \frac{\partial}{\partial y}(f(x,y)) \\ & -x \sin(y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x}(g(x,y,z)) \\ & \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} \sin(z) \\ & \frac{\partial}{\partial y}(g(x,y,z)) \\ & \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} \sin(z) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{DERVX}(x^2 - y^2) \\ & 2x \\ & \text{DERVX}(x \sin(y+x)) \\ & \sin(x+y) + x \cos(x+y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{DERIV}(s^2 t - e^t, t) \\ & 2st - e^t \end{aligned}$$

Om de functies $f(x,y)$ en $g(x,y,z)$, in ALG-modus te definiëren, gebruikt u:

DEF($f(x,y)=x*\text{COS}(y)$) ENTER DEF($g(x,y,z)=\sqrt{(x^2+y^2)}*\text{SIN}(z)$) ENTER

Gebruik → ∂ om het afgeleidesymbool te typen. De afgeleide

$\frac{\partial}{\partial x}(f(x,y))$, bijvoorbeeld, wordt in ALG-modus op het scherm ingevoerd als $\partial x(f(x,y))$ ENTER.

Meervoudige integralen

Een fysieke interpretatie van de dubbele integraal van een functie $f(x,y)$ over een gebied R op het x - y -vlak is het volume van het massieve lichaam onder het oppervlak $f(x,y)$ boven het gebied R . Het gebied R kan worden beschreven als $R = \{a < x < b, f(x) < y < g(x)\}$ of als $R = \{c < y < d, r(y) < x < s(y)\}$. De dubbele integraal kan dus worden geschreven als

$$\iint_R \phi(x,y) dA = \int_a^b \int_{f(x)}^{g(x)} \phi(x,y) dy dx = \int_c^d \int_{r(y)}^{s(y)} \phi(x,y) dy dx$$

Een dubbele integraal berekenen in de rekenmachine is eenvoudig. Een dubbele integraal kan worden gebouwd in de Vergelijkingenschrijver (zie het voorbeeld in Hoofdstuk 2 in de gebruikshandleiding) zoals hieronder weergegeven. Deze dubbele integraal wordt direct in de Vergelijkingenschrijver berekend door de hele uitdrukking te selecteren en vervolgens de functie = te gebruiken. Het resultaat is $3/2$

$$\int_1^2 \int_1^x x+y dy dx$$

EDIT | CURS | BIG = | EVAL | FACTO | SIMP

$$\frac{3}{2}$$

EDIT | CURS | BIG = | EVAL | FACTO | SIMP

Referentie

Raadpleeg hoofdstuk 14 in de gebruikshandleiding van de rekenmachine voor meer informatie over multivariante calculus bewerkingen en hun toepassingen.

Gebruik als alternatief de functie DERIV als volgt:

```

:DERIV(X^2+X*Y+X*Z,[X Y Z])
      [2X+Y+Z X X]
EDIT VIEW RCL STOP PURGE CLEAR

```

Divergentie

De divergentie van een vectorfunctie $\mathbf{F}(x,y,z) = f(x,y,z)\mathbf{i} + g(x,y,z)\mathbf{j} + h(x,y,z)\mathbf{k}$, wordt gedefinieerd door het scalair product te nemen van de del-operator met de functie, d.w.z., $\text{div}F = \nabla \cdot F$. De functie DIV kan worden gebruikt om de divergentie van een vectorveld te berekenen. Voor $\mathbf{F}(X,Y,Z) = [XY, X^2+Y^2+Z^2, YZ]$ bijvoorbeeld wordt de divergentie als volgt berekend in de ALG-modus: $\text{DIV}([X*Y, X^2+Y^2+Z^2, Y*Z], [X, Y, Z])$

```

:DIV([X*Y X^2+Y^2+Z^2 Y*Z],[X
      Y+2*Y+Y
+SKIP+SKIP+DEL DEL+DEL L INS

```

Rotatie

De rotatie van een vectorveld $\mathbf{F}(x,y,z) = f(x,y,z)\mathbf{i} + g(x,y,z)\mathbf{j} + h(x,y,z)\mathbf{k}$ wordt gedefinieerd als een vectorieel product van de del-operator met het vectorveld, d.w.z. $\text{curl}F = \nabla \times F$. De rotatie van een vectorveld kan worden berekend met de functie CURL. Voor de functie $\mathbf{F}(X,Y,Z) = [XY, X^2+Y^2+Z^2, YZ]$ bijvoorbeeld wordt de rotatie als volgt berekend: $\text{CURL}([X*Y, X^2+Y^2+Z^2, Y*Z], [X, Y, Z])$

```

:CURL([X*Y X^2+Y^2+Z^2 Y*Z],[X
      Z-2*Z 0 2X-X]
CURL DERIV DERVX DIV FOURI HESS

```

Referentie

Raadpleeg hoofdstuk 15 in de gebruikshandleiding van de rekenmachine voor meer informatie over vectoranalyse.

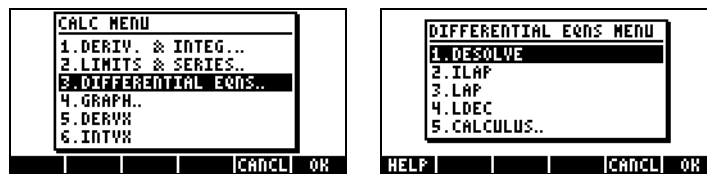
Hoofdstuk 14

Differentiaalvergelijkingen

In dit hoofdstuk laten we voorbeelden zien van oplossingen voor gewone differentiaalvergelijkingen (ODE) met de functies van de rekenmachine. Een differentiaalvergelijking is een vergelijking die betrekking heeft op afgeleiden van de onafhankelijke variabele. In de meeste gevallen zoeken we de afhankelijke functie die aan de differentiaalvergelijking voldoet.

Het menu CALC/DIFF

Het submenu DIFFERENTIAL EQNS in het menu CALC (\leftarrow CALC) biedt functies voor de oplossing van differentiaalvergelijkingen. Het menu staat hieronder weergegeven met systeemvlag 117 ingesteld op CHOOSE-boxes:



Deze functies worden hieronder kort beschreven. Ze worden verderop in dit hoofdstuk uitvoerig behandeld.

DESOLVE: Differentiaalvergelijking SOLVer: lost, indien mogelijk, differentiaalvergelijkingen op
ILAP: Inverse LAPlace transformatie, $L^{-1}[F(s)] = f(t)$
LAP: LAPlace transformatie, $L[f(t)] = F(s)$
LDEC: Lineair Differentiaalvergelijking Commando

Oplossing voor lineaire en niet-lineaire vergelijkingen

Een vergelijking waarin de afhankelijke variabele en alle bijbehorende afgeleiden van de eerste graad zijn, wordt een lineaire differentiaalvergelijking genoemd. In andere gevallen is de vergelijking niet-lineair.

De functie LDEC

De rekenmachine biedt de functie LDEC (Linear Differentiaalvergelijking Commando) om de algemene oplossing te vinden voor een lineaire ODE in welke orde dan ook met constante coëfficiënten, ongeacht deze homogeen is of niet. Deze functie vraagt twee invoergegevens van u:

- de rechterzijde van de ODE
- de karakteristieke vergelijking van de ODE

Beide invoergegevens dienen ingevoerd te worden op basis van de onafhankelijke standaardvariabele voor het CAS van de rekenmachine (meestal X). De uitvoer van de functie is de algemene oplossing van de ODE. De voorbeelden hieronder worden weergegeven in de RPN-modus:

Voorbeeld 1 – De homogene ODE oplossen

$$d^3y/dx^3 - 4 \cdot (d^2y/dx^2) - 11 \cdot (dy/dx) + 30 \cdot y = 0.$$

Voer in:

0 **ENTER** 'X^3-4*X^2-11*X+30' **ENTER** LDEC

De oplossing is (afbeelding samengesteld uit beeldweergaven vergelijkingenschrijver):

$$-\frac{6 \cdot cC0 - (cC1 + cC2)}{24} \cdot e^{5x} + \frac{10 \cdot cC0 - (7 \cdot cC1 - cC2)}{40} \cdot e^{-(3 \cdot x)} + \frac{15 \cdot cC0 + 2 \cdot cC1 - cC2}{15} \cdot e^{2x}$$

waarbij cC0, cC1 en cC2 integratieconstanten zijn. Het resultaat is equivalent aan

$$y = K_1 \cdot e^{-3x} + K_2 \cdot e^{5x} + K_3 \cdot e^{2x}.$$

Voorbeeld 2 – Het gebruik van de functie LDEC, niet-homogene ODE's oplossen:

$$d^3y/dx^3 - 4 \cdot (d^2y/dx^2) - 11 \cdot (dy/dx) + 30 \cdot y = x^2.$$

Voer in:

'X^2' ENTER 'X^3-4*X^2-11*X+30' ENTER LDEC

De oplossing is:

$$-\frac{750 \cdot cC0 - (125 \cdot cC1 + 125 \cdot cC2 + 2)}{3000} \cdot e^{5x} + \frac{270 \cdot cC0 - (189 \cdot cC1 - (27 \cdot cC2 - 2))}{1080} \cdot e^{-(3 \cdot x)} + \frac{450 \cdot x^2 + 330 \cdot x + 241}{13500}$$

dat kan worden vereenvoudigd tot

$$y = K_1 \cdot e^{-3x} + K_2 \cdot e^{5x} + K_3 \cdot e^{2x} + (450 \cdot x^2 + 330 \cdot x + 241)/13500.$$

De functie DESOLVE

De rekenmachine geeft de functie DESOLVE (Differentiaalvergelijking SOLVer) om bepaalde soorten differentiaalvergelijkingen op te lossen. De functie vereist als invoer de differentiaalvergelijking en de onbekende functie en geeft indien beschikbaar de oplossing voor de vergelijking. U kunt ook een vector met daarin de differentiaalvergelijking en de beginvoorwaarden als invoer voor DESOLVE geven in plaats van alleen een differentiaalvergelijking. De functie DESOLVE is beschikbaar in het menu CALC/DIFF. Voorbeelden van DESOLVE-toepassingen worden hieronder weergegeven in de RPN-modus.

Voorbeeld 1 –de volgende eerste orde ODE oplossen:

$$dy/dx + x^2 \cdot y(x) = 5.$$

Gebruik in de rekenmachine:

'd1y(x)+x^2*y(x)=5' ENTER 'y(x)' ENTER DESOLVE

De gegeven oplossing is

{'y(x) = (5*INT(EXP(xt^3/3),xt,x)+cC0)*1/EXP(x^3/3)'}}, die vereenvoudigd kan worden tot

$$y(x) = 5 \cdot \exp(-x^3/3) \cdot \left(\int \exp(x^3/3) \cdot dx + C_0 \right)$$

De variabele ODETYPE

Op de labels van de sofmenutoetsen zult u een nieuw variabele genaamd **ODETYPE** (ODETYPE) vinden. Deze variabele is aangemaakt met het oproepen van de functie DESOL en bevat een string die het soort ODE toont dat gebruikt wordt als invoer voor DESOLVE. Druk op **ODETYPE** om de volgende string te krijgen: "1st order linear".

Voorbeeld 2 – Een vergelijking met beginvoorwaarden oplossen:

$$d^2y/dt^2 + 5y = 2 \cos(t/2)$$

met de beginvoorwaarden

$$y(0) = 1.2, \quad y'(0) = -0.5.$$

Gebruik in de rekenmachine:

$$['d1y(t)+5*y(t) = 2*\cos(t/2)' \quad 'y(0) = 6/5' \quad 'd1y(0) = -1/2'] \quad \text{ENTER}$$

$$'y(t)' \quad \text{ENTER}$$

$$\text{DESOLVE}$$

Let op: de beginvoorwaarden zijn veranderd in Exacte uitdrukkingen: ' $y(0) = 6/5$ ' i.p.v. ' $y(0)=1.2$ ' en ' $dly(0) = -1/2$ ' i.p.v. ' $dly(0) = -0.5$ '. Door de uitdrukking naar deze Exacte uitdrukking om te zetten, wordt de oplossing makkelijker.

N.B.: gebruik de functie $\rightarrow Q$ (zie hoofdstuk 5) om fractie-uitdrukkingen te krijgen voor decimale waarden.

Druk op om het resultaat te vereenvoudigen. Gebruik om deze oplossing te verkrijgen:

```

y(t)=-(19*sqrt(5)*sin(sqrt(5)*t)-(148*cos(sqrt(5)*t)+80*cos(t/2))/190)'
+SKIP|SKIP-|+DEL|DEL-|DEL|L|INS-

```

d.w.z.

$$y'(t) = -((19\sqrt{5} \sin(\sqrt{5}t) - 148 \cos(\sqrt{5}t) + 80 \cos(t/2)) / 190).$$

Druk op **ENTER** **ENTER** **VAR** **LINEAR** om de string "Linear w/ cst coeff" te krijgen voor het ODE-type voor dit voorbeeld.

Laplace-transformaties

De Laplace-transformatie van een functie $f(t)$ geeft een functie $F(s)$ in het imagodomein die gebruikt kan worden om de oplossing te vinden van een lineaire differentiaalvergelijking met betrekking tot $f(t)$ middels algebraïsche methodes. Deze toepassing bestaat uit drie stappen:

1. Gebruik van de Laplace-transformatie converteert de lineaire ODE m.b.t. $f(t)$ in een algebraïsche vergelijking.
2. De onbekende $F(s)$ wordt opgelost in het imagodomein door algebraïsche manipulatie.
3. Een inverse Laplace-transformatie wordt gebruikt om de imagofunctie die werd gevonden in stap 2 te converteren naar de oplossing voor de differentiaalvergelijking $f(t)$.

Laplace-transformaties en inversies in de rekenmachine

De rekenmachine biedt de functies LAP en ILAP om respectievelijk de Laplace-transformatie en de inverse Laplace-transformatie te berekenen, van een functie $f(VX)$, waarin VX de standaard CAS onafhankelijke variabele is (meestal X). De rekenmachine geeft de transformatie of de inverse transformatie als een functie van X . De functies LAP en ILAP zijn beschikbaar onder het menu CALC/DIFF. De voorbeelden zijn in de RPN-modus uitgewerkt. Het omzetten naar de ALG-modus is eenvoudig.

Voorbeeld 1 – U kunt als volgt de definitie van de Laplace-transformatie verkrijgen: $f(X)$ **ENTER** LAP in de RPN-modus of LAP(F(X)) in de ALG-modus. De rekenmachine geeft als resultaat (RPN links; ALG rechts):

$\int_0^{\infty} f(t) \cdot e^{-(t \cdot X)} dt$	$\int_0^{\infty} f(t) \cdot e^{-(t \cdot X)} dt$
DESOL ILAP LAP LDEC CALC	DESOL ILAP LAP LDEC CALC

Vergelijk deze uitdrukkingen met de uitdrukking die eerder is gegeven in de definitie van de Laplace-transformatie:

$$L\{f(t)\} = F(s) = \int_0^{\infty} f(t) \cdot e^{-st} dt,$$

en u ziet dat de standaard CAS-variabele X op het scherm van de vergelijkingenschrijver de variabele s vervangt in deze definitie. Wanneer u dus de functie LAP gebruikt, krijgt u een functie van X die de Laplace-transformatie is van $f(X)$.

Voorbeeld 2 – Bepaal de inverse Laplace-transformatie van $F(s) = \sin(s)$.
Gebruik:

$$'1/(X+1)^2' \text{ (ENTER) ILAP}$$

De rekenmachine geeft het volgende resultaat: ' $X \cdot e^{-X}$ ', hetgeen betekent dat $L^{-1}\{1/(s+1)^2\} = x \cdot e^{-x}$.

Fourier-reeksen

Een complexe Fourier-reeks wordt gedefinieerd in de volgende uitdrukking

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n \cdot \exp\left(\frac{2in\pi t}{T}\right),$$

waarbij

$$c_n = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) \cdot \exp\left(\frac{2 \cdot i \cdot n \cdot \pi}{T} \cdot t\right) \cdot dt, \quad n = -\infty, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, \infty.$$

De functie FOURIER

De functie Fourier geeft de coëfficiënt c_n van de complexe vorm van de Fourier-reeks waarbij de functie $f(t)$ en de waarde van n is gegeven. De functie FOURIER vereist dat u voordat u de functie oproept de waarde van de

periode (T) van een T-periodieke functie opslaat in de CAS-variabele PERIOD.
De functie FOURIER is beschikbaar in het submenu DERIV in het menu CALC
(\leftarrow CALC).

Fourier-reeks voor een kwadratische functie

Bepaal de coëfficiënten c_0 , c_1 en c_2 voor de functie $g(t) = (t-1)^2 + (t-1)$ met periode $T = 2$.

Met de rekenmachine in de ALG-modus definiëren we eerst de functies $f(t)$ and $g(t)$:

```

:DEFINE('f(t)=t^2+t')
:DEFINE('g(t)=f(t-1)')
3 | f |

```

Vervolgens gaan we naar de CASDIR-subdirectory onder HOME om de waarde van de PERIOD-variabele te veranderen: **[Opmerking:** niet alle lijnen zullen zichtbaar zijn wanneer u klaar bent met de oefeningen in de volgende afbeeldingen.]

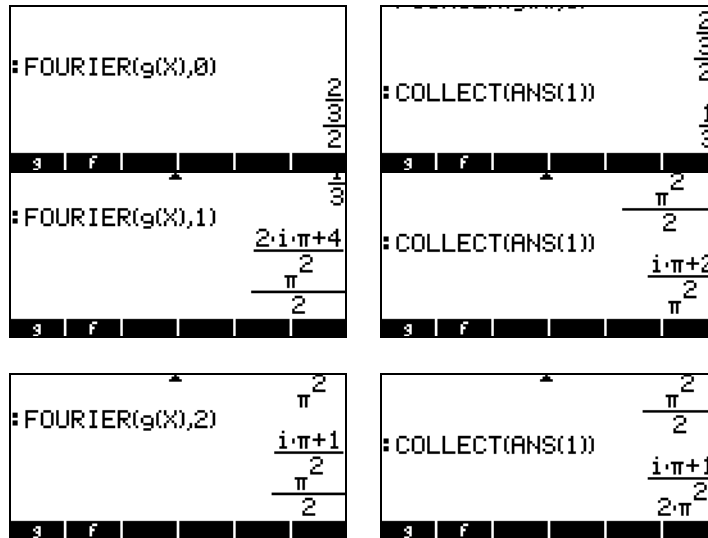
\leftarrow (vasthouden) UPDIR ENTER VAR \leftarrow ENTER 2 STO \leftarrow ENTER

```

: HOME
: CASDIR
: 2>PERIOD
PRIM|CASIN|MODUL|REALA|PERIO| Vx

```

Ga terug naar de subdirectory waar u de functies f en g heeft gedefinieerd en bereken de coëfficiënten. Stel CAS in op de Complex-modus (zie hoofdstuk 2) alvorens deze oefeningen uit te proberen. De functie COLLECT is beschikbaar in het menu ALG (\leftarrow ALG).



Dus $c_0 = 1/3$, $c_1 = (\pi \cdot i + 2)/\pi^2$, $c_2 = (\pi \cdot i + 1)/(2\pi^2)$.

De Fourier-reeks met drie elementen wordt als volgt geschreven:

$$g(t) \approx \text{Re}[(1/3) + (\pi \cdot i + 2)/\pi^2 \cdot \exp(i \cdot \pi \cdot t) + (\pi \cdot i + 1)/(2\pi^2) \cdot \exp(2 \cdot i \cdot \pi \cdot t)].$$

Referentie

Raadpleeg hoofdstuk 16 in de gebruikshandleiding van de rekenmachine voor meer definities, toepassingen en oefeningen met betrekking tot het oplossen van differentiaalvergelijkingen d.m.v. Laplace-transformaties, Fourier-reksen en -transformaties alsmede numerieke en grafische methodes.

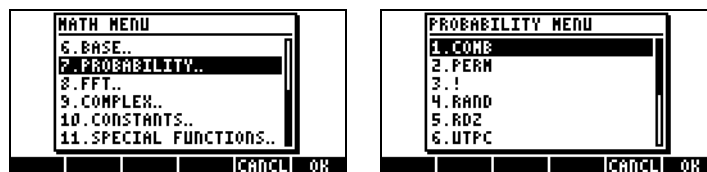
Hoofdstuk 15

Kansverdelingen

In dit Hoofdstuk laten we voorbeelden zien van toepassingen van de voorgedefinieerde kansverdelingen in de rekenmachine.

Het submenu MTH/PROBABILITY..– deel 1

Het submenu MTH/PROBABILITY.. is toegankelijk met de toetsencombinatie \leftarrow MTH . Met systeemvlag 117 ingesteld op CHOOSE-boxes zijn de volgende functies beschikbaar in het menu PROBABILITY..:



In dit Hoofdstuk behandelen we de functies COMB, PERM, ! (faculteit) en RAND.

Faculteiten, combinaties en permutaties

De faculteit van een integer n wordt gedefinieerd als: $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1$. Per definitie $0! = 1$.

Faculteiten worden gebruikt in de berekening van het aantal permutaties en combinaties van objecten. Het aantal permutaties van r objecten van een set van n onderscheiden objecten is bijvoorbeeld:

$${}_nP_r = n(n-1)(n-2)\dots(n-r+1) = n!/(n-r)!$$

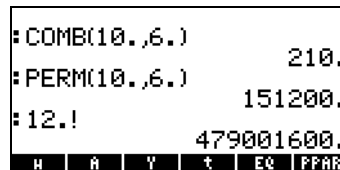
Het aantal combinaties van n objecten op een r gegeven moment is

$$\binom{n}{r} = \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-r+1)}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

We kunnen combinaties, permutaties en faculteiten berekenen met de functies COMB, PERM en ! van het submenu MTH/PROBABILITY... De werking van deze functies wordt hieronder beschreven:

- $\text{COMB}(n,r)$: berekent het aantal combinaties van n items op een r gegeven moment.
- $\text{PERM}(n,r)$: berekent het aantal permutaties van n items op een r gegeven moment.
- $n!$: Faculteit van een positief heel getal. Voor niet-hele getallen geeft $x! \Gamma(x+1)$ waarbij $\Gamma(x)$ de Gammafunctie is (zie Hoofdstuk 3). Het faculteitsymbool (!) kan tevens worden ingevoerd als de volgende toetsencombinatie $\boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\rightarrow} \boxed{2}$.

Een voorbeeld van toepassingen van deze functies worden hieronder weergegeven: [**Opmerking**: niet alle lijnen zullen zichtbaar zijn wanneer u klaar bent met de oefeningen in de volgende afbeeldingen.



```

: COMB(10.,6.)      210.
: PERM(10.,6.)     151200.
: 12.!             479001600.
  
```

Willekeurige getallen

De rekenmachine verschaft een generator voor willekeurige getallen die een uniform verspreid willekeurig getal tussen 0 en 1 geeft. Gebruik de functie RAND van het submenu MTH/PROBABILITY om een willekeurig getal te genereren. Het volgende scherm geeft een aantal willekeurige getallen weer die zijn aangemaakt met RAND. (N.B.: de willekeurige getallen in uw rekenmachine zullen hiervan afwijken.)

```

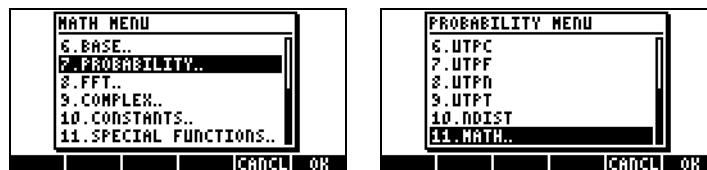
: RAND      .529199358633
: RAND      4.35821814444E-2
: RAND      .294922982088
  W  |  A  |  V  |  T  |  EQ  |  PPAR

```

Raadpleeg Hoofdstuk 17 in de gebruikshandleiding voor meer informatie over willekeurige getallen in de rekenmachine. In Hoofdstuk 17 van de gebruikshandleiding wordt met name het gebruik van de functie RDZ om lijsten van willekeurige getallen opnieuw te activeren uitvoerig behandeld.

Het menu MTH/PROBABILITY.. – deel 2

In dit gedeelte behandelen we vier doorlopende kansverdelingen die gewoonlijk gebruikt worden voor problemen m.b.t. statistische deductie: de normale verdeling, de Student t-verdeling, de Chi-kwadraat-verdeling (χ^2) en de F-verdeling. De functies in de rekenmachine om kansen te evalueren voor deze verdelingen zijn NDIST, UTPN, UTPT, UTPC en UTPF. Deze functies bevinden zich in het menu MTH/PROBABILITY dat we eerder in dit Hoofdstuk behandeld hebben. Open het menu MTH voor deze functies: \leftarrow MTH en selecteer de optie PROBABILITY:



De normale verdeling

De functies NDIST en UTPN hebben betrekking op de Normale verdeling met gemiddelde μ en variantie σ^2 .

Gebruik de functie NDIST(μ, σ^2, x) om de waarde van de kansdichtheidsfunctie (pdf) van de $f(x)$ voor de normale verdeling te berekenen. Controleer bijvoorbeeld dat voor een normale verdeling NDIST(1.0, 0.5, 2.0) = 0.20755374. Deze functie is handig om de Normale verdeling (pdf) te plotten.

De rekenmachine biedt ook de functie UTPN die het bovenste deel van de normale verdeling berekent, d.w.z. $UTPN(\mu, \sigma^2, x) = P(X > x) = 1 - P(X < x)$, waarbij $P()$ een kans vertegenwoordigt. Controleer bijvoorbeeld dat voor een normale verdeling met $NDIST \mu = 1.0, \sigma^2 = 0.5, UTPN(1.0, 0.5, 0.75) = 0.638163$.

De Student-t-verdeling

De student-t, of simpelweg, de t-verdeling heeft een parameter v , bekend als de graad van vrijheid van de verdeling. De rekenmachine voorziet in waarden van het bovenste deel (cumulatief) van de verdelingsfunctie voor de t-verdeling met de functie UTPT, waarbij de parameter v en de waarde van t zijn gegeven: $UTPT(v, t) = P(T > t) = 1 - P(T < t)$. Bijvoorbeeld: $UTPT(5, 2.5) = 2.7245...E-2$.

De Chi-kwadraat verdeling

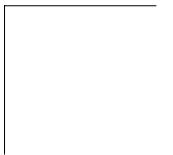
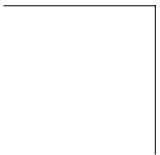
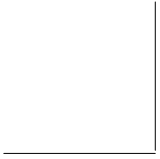
De Chi-kwadraat (χ^2)-verdeling heeft een parameter v , bekend als de graad van vrijheid. De rekenmachine voorziet in waarden van het bovenste deel (cumulatief) van de verdelingsfunctie voor de χ^2 -verdeling met [UTPC] waarbij de waarde van x en de parameter v zijn gegeven. De definitie van deze functie is dus $UTPC(v, x) = P(X > x) = 1 - P(X < x)$. Bijvoorbeeld $UTPC(5, 2.5) = 0.776495...$

De F-verdeling

De F-verdeling heeft twee parameters vN = graad van vrijheid van de teller en vD = graad van vrijheid van de noemer. De rekenmachine voorziet in waarden van het bovenste deel (cumulatief) van de verdelingsfunctie voor de F-verdeling met de functie UTPF waarbij de parameters vN and vD en de waarde van F zijn gegeven. De definitie van deze functie is dus $UTPF(vN, vD, F) = P(\mathfrak{F} > F) = 1 - P(\mathfrak{F} < F)$. Bijvoorbeeld: $UTPF(10, 5, 2.5) = 0.1618347...$

Referentie

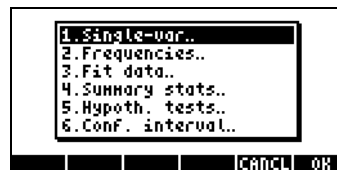
Raadpleeg Hoofdstuk 17 in de gebruikshandleiding van de rekenmachine voor meer kansverdelingen en kanstoepassingen.



Hoofdstuk 16

Statistische Toepassingen

De rekenmachine geeft de volgende voorgeprogrammeerde statistische functies weer met de toetsencombinatie \rightarrow STAT (de toets 5) :



Gegevens invoeren

Toepassingen nummer 1, 2 en 4 van de lijst hierboven vereisen dat de gegevens beschikbaar zijn als kolommen van de matrix Σ DAT. Dit kan bereikt worden door de gegevens in te voeren in kolommen met de Matrixschrijver, \leftarrow MTRW, en vervolgens de functie Σ OS te gebruiken om de matrix op te slaan in Σ DAT.

Voer bijvoorbeeld de volgende gegevens in met de Matrixschrijver (zie hoofdstuk 8 en 9 in deze handleiding) en sla de gegevens op in Σ DAT:



2.1 1.2 3.1 4.5 2.3 1.1 2.3 1.5 1.6 2.2 1.2 2.5.

Het beeldscherm kan als volgt worden weergegeven:





Let op: de variabele Σ OS is opgenomen in de lijst met softmenutoetsen.

Statistieken met één variabele berekenen

Druk op   om **1. Single-var..** te selecteren na het invoeren van de kolomvector in Σ DAT. Het volgende invoerscherm verschijnt:


```

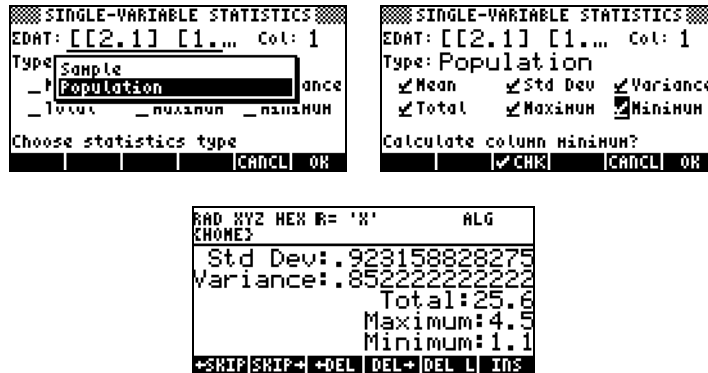
SINGLE-VARIABLE STATISTICS
EDAT: [[2.1] [1.1] Col: 1
Type: Sample
  _Mean    _Std Dev  _Variance
  _Total   _Maximum  _Minimum
Enter statistical data
EDIT/CHOOSE| | CANCEL OK
  
```

Het invoerscherm plaatst de gegevens in Σ DAT en laat zien dat kolom 1 is geselecteerd (er is nu maar een kolom in Σ DAT). Beweeg door het scherm met de pijltoetsen en druk op de -softmenutoets om de grootheden (Mean, Standard Deviation, Variance, Total number of data points, Maximum en Minimum values) te selecteren die u als uitvoer van dit programma wenst. Druk op  wanneer u klaar bent. De geselecteerde waarden worden met labels in een lijst geplaatst in het scherm van uw rekenmachine. Bijvoorbeeld:

SINGLE-VARIABLE STATISTICS		RAD XYZ HEX R= 'X' ALG	
EDAT: [[2.1] [1.1] Col: 1		CHOME?	
Type: Sample		Std Dev: .964207949406	
<input checked="" type="checkbox"/> Mean <input checked="" type="checkbox"/> Std Dev <input checked="" type="checkbox"/> Variance <input checked="" type="checkbox"/> Total <input checked="" type="checkbox"/> Maximum <input checked="" type="checkbox"/> Minimum		Variance: .929696969697	
Calculate column minimum?		Total: 25.6	
<input checked="" type="checkbox"/> CHK CANCEL OK		Maximum: 4.5	
		Minimum: 1.1	
		+SKIP SKIP+ +DEL DEL+ DEL INS	

Steekproef vs. populatie

De hierboven gebruikte voorgeprogrammeerde functies voor statistieken met een enkele variabele kunnen worden toegepast op een beperkte populatie door te kiezen voor het type: Population in het scherm voor STATISTIEKEN MET EEN ENKELE VARIABELE. Het belangrijkste verschil zit in de waarden van de variantie en de standaarddeviatie die berekend worden door gebruik te maken van n in de noemer van de variantie i.p.v. $(n-1)$. Gebruik nu de -softmenutoets om de populatie als type te kiezen voor het bovenstaande voorbeeld en om de grootheden opnieuw te berekenen:





Frequentieverdelingen verkrijgen

De toepassing **2. Frequencies..** in het menu STAT kan gebruikt worden om frequentieverdelingen te verkrijgen voor een stel gegevens. De gegevens moeten aanwezig zijn in de vorm van een kolomvector die is opgeslagen in de variabele Σ DAT. Druk op \rightarrow STAT \downarrow \square om te beginnen. Het invoerscherm dat verschijnt, bevat de volgende velden:





- Σ DAT: de matrix die de betreffende gegevens bevat.
- Col: de kolom van Σ DAT die wordt onderzocht.
- X-Min: de minimum klassegrens die gebruikt dient te worden in de frequentieverdeling (standaard = -6.5)
- Bin Count: het aantal klassen in de frequentieverdeling (standaard = 13)
- Bin Width: de uniforme breedte van iedere klasse in de frequentieverdeling (standaard = 1).

Met een gegeven set van n gegevenswaarden: $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ in een willekeurige volgorde, kunt u de gegevens rangschikken in een aantal klassen of categorieën door de frequentie of het aantal waarden te tellen dat correspondeert met iedere klasse. De toepassing **2. Frequencies..** in het menu STAT verricht deze frequentietellingen en volgt de waarden die onder de minimum- en boven de maximumklassegrenzen liggen (d.w.z. de uitbijters).


Genereer als voorbeeld een relatief grote set gegevens, bijvoorbeeld 200 punten, met het commando `RANM({200,1})` en sla het resultaat op in de variabele `ΣDAT` met de functie `STOΣ` (zie het bovenstaande voorbeeld). Verkrijg vervolgens informatie over de enkele variabele met:  `STAT` . Het resultaat is:

```
Variance:31.0395728643
      Total:(-85.
      Maximum:9.
      Minimum:(-9.
EDAT  EPAR  CASOI
```

Deze informatie geeft aan dat onze gegevens een bereik hebben van -9 tot 9 . Om een frequentieverdeling te maken, gebruiken we het interval $(-8,8)$ die we verdelen in 8 categorieën van ieder 2 breed.

- Selecteer het programma **2. Frequencies..** met  STAT  . De gegevens zijn al geladen in Σ DAT en de optie Col zou de waarde 1 moeten bevatten aangezien we maar een kolom hebben in Σ DAT.
- Verander X-Min in -8, Bin Count in 8 en Bin Width in 2. Druk vervolgens op .

In de RPN-modus worden de resultaten in het stapelgeheugen weergegeven als een kolomvector op niveau 2 in het stapelgeheugen en een rijvector van twee componenten op niveau 1 in het stapelgeheugen. De vector op niveau 1 in het stapelgeheugen is het aantal uitbijters buiten het bereik van de frequentietelling. Voor dit geval krijg ik de waarden [14. 8.], hetgeen betekent dat er in de Σ DAT-vector 14 waarden kleiner zijn dan -8 en 8 groter dan 8.

- Druk op  om de vector van uitbijters te verwijderen uit het stapelgeheugen. Het resterende resultaat is de frequentietelling van de gegevens.

De categorieën voor deze frequentieverdeling zullen zijn: -8 tot -6, -6 tot -4, ...

4 tot 6 en 6 tot 8, dus 8 in totaal met de frequenties in de kolomvector in het stapelgeheugen, namelijk (in dit geval):

23, 22, 22, 17, 26, 15, 20, 33.

Dit betekent dat er 23 waarden zijn in de categorie $[-8,-6]$, 22 in $[-6,-4]$, 22 in $[-4,-2]$, 17 in $[-2,0]$, 26 in $[0,2]$, 15 in $[2,4]$, 20 in $[4,6]$ en 33 in $[6,8]$. U kunt ook controleren dat als u al deze waarden plus de uitbijters, 14 en 8 zoals hierboven weergegeven, bij elkaar optelt u het totale aantal elementen in de steekproef krijgt, namelijk 200.

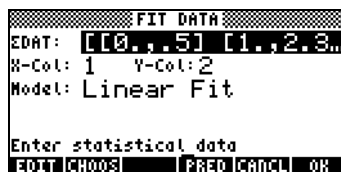
Gegevens in een functie $y = f(x)$ plaatsen

Het programma **3. Fit data..**, als optie 3 beschikbaar in het menu STAT, kan gebruikt worden om lineaire, logaritmische, exponentiële en krachtfuncties in gegevenssets te plaatsen (x,y) die worden opgeslagen in kolommen van de Σ DAT matrix. Voor deze toepassing moet de Σ DAT-variable tenminste twee kolommen bezitten.

Voorbeeld: een lineaire relatie plaatsen in de gegevens uit de tabel hieronder:

x	y
0	0,5
1	2,3
2	3,6
3	6,7
4	7,2
5	11

- Voer eerst de twee kolommen gegevens in de Σ DAT-variable met de Matrixschrijver en functie $\text{STO}\Sigma$.
- Gebruik de volgende toetsencombinatie om het programma **3. Fit data..** te activeren: $\boxed{\rightarrow} \boxed{\text{STAT}} \boxed{\downarrow} \boxed{\downarrow} \boxed{\text{00}} \boxed{\text{00}}$. Het invoerscherm geeft de huidige Σ DAT weer die al geladen is. Verander indien nodig het setup-scherm naar de volgende parameters voor een lineaire plaatsing:



- Druk op om de gegevens te plaatsen. De uitvoer van dit programma, hieronder weergegeven voor onze gegevensset, bestaat in de RPN-modus uit de volgende drie regels:

```
3: '0.195238095238 + 2.00857242857*X'
2: Correlation: 0.983781424465
1: Covariance: 7.03
```

Niveau 3 toont het soort vergelijking. Niveau 2 toont de coëfficiënt van de steekproefcorrelatie en niveau 1 toont de covariantie van x-y. Raadpleeg hoofdstuk 18 in de gebruikshandleiding voor definities van deze parameters.

Raadpleeg hoofdstuk 18 in de gebruikshandleiding voor meer informatie over de mogelijkheid tot gegevensplaatsing van de rekenmachine.



Aanvullende samenvattende statistieken verkrijgen

Toepassing **4. Summary stats..** in het menu STAT kan handig zijn bij sommige berekeningen voor steekproefstatistieken. Druk nogmaals op om te beginnen. Ga naar de vierde optie met de pijltoets omlaag en druk op . Het invoerscherm dat verschijnt, bevat de volgende velden:

ΣDAT:	de matrix die de betreffende gegevens bevat.
X-Col, Y-Col:	deze opties zijn alleen van toepassing wanneer u meer dan twee kolommen in de ΣDAT-matrix heeft. Standaard is de x-kolom kolom 1 en de y-kolom kolom 2. Als u slechts een kolom heeft dan is de enige zinvolle instelling X-Col: 1 .
ΣX _ ΣY...:	samenvattende statistieken die u kunt kiezen als resultaat van dit programma door het betreffende veld aan te vinken met [CHK] wanneer dat veld is geselecteerd.

Veel van deze samenvattende statistieken worden gebruikt om statistieken van twee variabelen (x,y) te berekenen die gerelateerd kunnen zijn aan een functie $y = f(x)$. Daarom kan dit programma opgevat worden als een compagnon voor programma **3. Fit data..**


Verkrijg bijvoorbeeld alle samenvattende statistieken voor de huidige x-y-gegevens in Σ DAT.

- Gebruik om de **summary stats...** optie te activeren:

- Selecteer de kolomnummers behorende bij de x- en y-gegevens, d.w.z. X-Kol: 1 en Y-Kol: 2.
- Selecteer alle opties voor de uitvoer (ΣX , ΣY , enz.) met de toets 

```

SUMMARY STATISTICS
EDAT: [ [ 0.  .5 ] [ 1.  ...
X-Col: 1  Y-Col: 2
Calculate:
✓EX ✓EY ✓EX2 ✓EY2 ✓EXY ✓NE
Calculate number of data points?
[✓CHK] [CANCL] 08

```


- Druk op  voor de volgende resultaten:

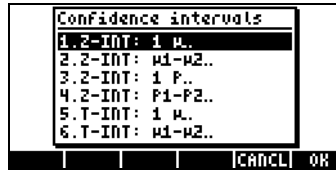
```

          ΣX: 15.
          ΣY: 31.3
          ΣX2: 55.
          ΣY2: 236.23
          ΣXY: 113.4
          NΣ: 6.
EDAT | EPAR | | | |

```

Betrouwbaarheidsintervallen

Toepassing **6. Conf Interval** is toegankelijk met . De toepassing biedt de volgende opties:



Deze opties dienen als volgt geïnterpreteerd te worden:

1. Z-INT: 1 μ .: betrouwbaarheidsinterval van een steekproef voor het populatiegemiddelde μ met een bekende populatievariantie of voor grote steekproeven met een onbekende populatievariantie.
2. Z-INT: $\mu_1 - \mu_2$.: betrouwbaarheidsinterval voor het verschil van het populatiegemiddelde $\mu_1 - \mu_2$ met bekende populatievarianties of voor grote steekproeven met onbekende populatievarianties.
3. Z-INT: 1 p .: betrouwbaarheidsinterval van een steekproef voor de proportie p voor grote steekproeven met een onbekende populatievariantie.
4. Z-INT: $p_1 - p_2$.: betrouwbaarheidsinterval voor het verschil van twee proporties $p_1 - p_2$ voor grote steekproeven met onbekende populatievarianties.
5. T-INT: 1 μ .: betrouwbaarheidsinterval van een steekproef voor het populatiegemiddelde μ voor kleine steekproeven met een onbekende variantie.
6. T-INT: $\mu_1 - \mu_2$.: betrouwbaarheidsinterval voor het verschil van het populatiegemiddelde $\mu_1 - \mu_2$ voor kleine steekproeven met onbekende populatievarianties.

Voorbeeld 1 – Bepaal het gecentreerde betrouwbaarheidsinterval voor het gemiddelde van een populatie als een steekproef van 60 elementen aangeeft dat de gemiddelde waarde van de steekproef $\bar{x} = 23,2$ is en de standaarddeviatie $s = 5.2$ is. Gebruik $\alpha = 0.05$. Het confidentieniveau is $C = 1 - \alpha = 0.95$.

Selecteer geval 1 van het hierboven afgebeelde menu door op **OK** te drukken. Voer de vereiste waarden in in het invoerscherm zoals hieronder:

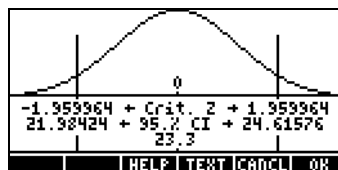
```
CONF. INT.: 1  $\mu$ , KNOWN  $\sigma$ 
x: 23.3
 $\sigma$ : 5.2
n: 60.
c: .95
Confidence level
EDIT | HELP | CANCEL | OK
```

Druk op **HELP** om een scherm te krijgen waarop de betekenis van het betrouwbaarheidsinterval uitgelegd wordt m.b.t. willekeurige door een rekenmachine gegenereerde getallen. Gebruik de pijltoets omlaag ∇ om in het resulterende scherm naar beneden te schuiven. Druk op **OK** wanneer u klaar bent met het helpscherm. U keert terug naar het scherm dat hierboven wordt afgebeeld.

Druk op **OK** om het betrouwbaarheidsinterval te berekenen. Het resultaat dat de rekenmachine weergeeft is:

```
95.0% Confidence interval
Critical Z =  $\pm 1.959964$ 
 $\mu$  Min = 21.98424
 $\mu$  Max = 24.61576
| HELP | GRAPH | CANCEL | OK
```

Druk op **GRAPH** om een grafische weergave te zien van de informatie van het betrouwbaarheidsinterval:



De grafiek toont de standaard normale verdeling, pdf, (kansdichtheidsfunctie), de locatie van de kritieke punten $\pm z_{\alpha/2}$, de gemiddelde waarde (23.2) en de corresponderende intervallimieten (21.88424 en 24.51576). Druk op **TEXT** om terug te keren naar het vorige resultatscherm en/of druk op **OK** om de betrouwbaarheidsintervalomgeving te verlaten. De resultaten zullen in een lijst in het beeldscherm van de rekenmachine worden geplaatst.

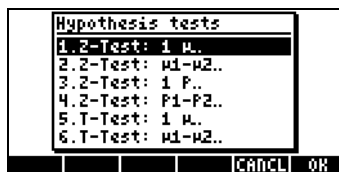
Raadpleeg hoofdstuk 18 in de gebruikshandleiding van de rekenmachine voor aanvullende voorbeelden van berekeningen met betrouwbaarheidsintervallen.

Hypotheses testen

Een hypothese is een verklaring omtrent een populatie (bijvoorbeeld met betrekking tot het gemiddelde). Acceptatie van de hypothese is gebaseerd op een statistische tets op een steekproef van de populatie. De daaruit voortvloeiende actie en het maken van beslissingen worden hypothesetesten genoemd.

De rekenmachine geeft procedures voor hypothesetesten onder toepassing 5. *Hypoth. tests* is toegankelijk met     .

Net als met de eerder besproken berekening van betrouwbaarheidsintervallen biedt dit programma de volgende 6 opties:



Deze opties hebben dezelfde betekenis als bij de toepassingen voor betrouwbaarheidsintervallen:

1. Z-Test: 1 μ .: hypothesetesten van een steekproef voor het populatiegemiddelde μ met een bekende populatievariantie of voor grote steekproeven met een onbekende populatievariantie.
2. Z-Test: $\mu_1 - \mu_2$.: hypothesetesten voor het verschil van het populatiegemiddelde $\mu_1 - \mu_2$ met bekende populatievarianten of voor grote steekproeven met onbekende populatievarianten.
3. Z-Test: 1 p .: hypothesetesten van een steekproef voor de proportie p voor grote steekproeven met een onbekende populatievariantie.
4. Z-Test: $p_1 - p_2$.: hypothesetesten voor het verschil van twee proporties $p_1 - p_2$ voor grote steekproeven met onbekende populatievarianties.

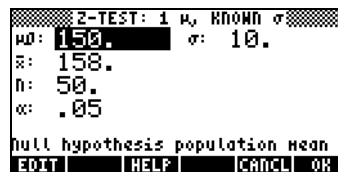
5. T-Test: 1μ : hypothesetesten van een steekproef voor het populatiegemiddelde μ voor kleine steekproeven met een onbekende variantie.
6. T-Test: $\mu_1 - \mu_2$: hypothesetesten voor het verschil van het populatiegemiddelde $\mu_1 - \mu_2$ voor kleine steekproeven met onbekende populatievarianties.

Probeer de volgende oefening:

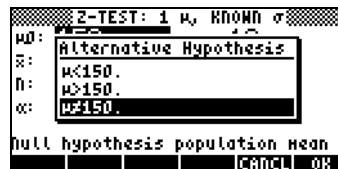
Voorbeeld 1 – Voor $\mu_0 = 150$, $\sigma = 10$, $\bar{x} = 158$, $n = 50$ en voor $\alpha = 0.05$ test de hypothese $H_0: \mu = \mu_0$, tegen de alternatieve hypothese $H_1: \mu \neq \mu_0$.

Druk op \rightarrow STAT \uparrow \uparrow OK om de betrouwbaarheidsintervaloptie in de rekenmachine te activeren. Druk op OK om optie 1 te selecteren. Z-Test: 1μ .

Voer de volgende gegevens in en druk op OK :



Vervolgens wordt u gevraagd de alternatieve hypothese te selecteren:




Selecteer $\mu \neq 150$. Druk dan op OK . Het resultaat is:

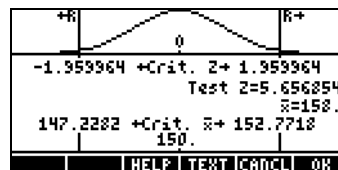
```

Reject  $\mu=150$ . at 5.2 LVL
Test Z=5.656854
Prob=1.541726E-8
Critical Z= $\pm 1.959964$ 
Critical  $\bar{x}=\{147.2, 152.8\}$ 
HELP GRAPH CANCL OK

```

Dan verwerpen we $H_0: \mu = 150$ tegen $H_1: \mu \neq 150$. De test z-waarde is $z_0 = 5.656854$. De P-waarde is 1.54×10^{-8} . De kritieke waarden van $\pm z_{\alpha/2} = \pm 1.959964$ hetgeen correspondeert met het kritieke x-bereik van $\{147.2, 152.8\}$.

Deze informatie kan grafisch worden bekeken door op de softmenutoets  te drukken:



Referentie

Raadpleeg hoofdstuk 18 in de gebruikshandleiding over meer materiaal over statistische analyse, waaronder definities van concepten en geavanceerde statistische toepassingen.

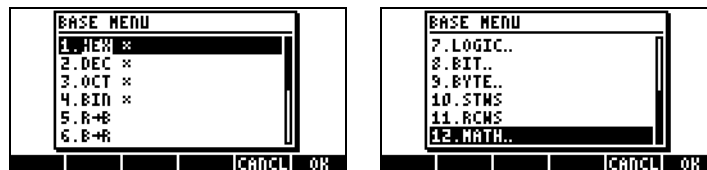
Hoofdstuk 17

Getallen in Verschillende Grondtallen

Naast ons decimale (grondtal 10, getallen = 0-9) getallensysteem kunt u o.a. werken met een binair systeem (grondtal 2, getallen = 0 en 1), een octaal systeem (grondtal 8, getallen = 0-7) of een hexadecimaal systeem (grondtal 16, getallen = 0-9, A-F). Net zoals het decimale hele getal $321 = 3 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 1 \times 10^0$ betekent, betekent het getal 100110 in binaire notering: $1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 32 + 0 + 0 + 4 + 2 + 0 = 38$.

Het menu BASE

Het menu BASE kan geactiveerd worden met de toetsencombinatie \rightarrow BASE (de toets 3). Met systeemvlag 117 ingesteld op CHOOSE-boxes (zie hoofdstuk 1 in deze handleiding) zijn de volgende opties beschikbaar:



Met systeemvlag 117 ingesteld op SOFT-menus geeft het menu BASE de volgende functies weer:



Deze afbeelding laat zien dat de LOGIC, BIT en BYTE-opties in het menu BASE zelf submenu's zijn. Deze menu's worden uitvoerig beschreven in hoofdstuk 19 in de gebruikshandleiding van de rekenmachine.

Niet-decimale getallen schrijven

Getallen in niet-decimale systemen, binaire hele getallen genoemd, worden bij het schrijven in de rekenmachine voorafgegaan door het #-symbool,

(#__). Selecteer HEX(adecimal), DEC(imal), OCT(aal) of BIN(air) in het menu BASE om het huidige grondtal te selecteren dat gebruikt dient te worden voor binaire hele getallen. Als bijvoorbeeld is geselecteerd, zijn binaire hele getallen hexadecimale getallen, bijv. #53, #A5B, enz. Wanneer verschillende systemen zijn geselecteerd, worden de getallen automatisch geconverteerd naar het nieuwe huidige grondtal.

Begin met # en eindig met h (hexadecimaal), d (decimaal), o (octaal) of b (binair) om een getal in een bepaald systeem te schrijven. [**Opmerking:** niet alle lijnen zullen zichtbaar zijn wanneer u klaar bent met de oefeningen in de volgende afbeeldingen.]

HEX

```
: # A2F0h      # A2F0h
: # 2BC10h     # 2BC10h
: # 125h       # 125h
HEX | DEC | OCT | BIN | R←8 | B←8
```

DEC

```
: # 41712d     # 41712d
: # 179216d    # 179216d
: # 293d       # 293d
HEX | DEC | OCT | BIN | R←8 | B←8
```

OCT

```
: # 121360o    # 121360o
: # 536020o    # 536020o
: # 445o       # 445o
HEX | DEC | OCT | BIN | R←8 | B←8
```

BIN

```
: # 1010001011110000b
: # 1010001011110000b
: # 101011110000010000b
: # 101011110000010000b
: # 100100101b  # 100100101b
HEX | DEC | OCT | BIN | R←8 | B←8
```

Referentie

Raadpleeg hoofdstuk 19 in de gebruikshandleiding van de rekenmachine voor meer informatie over getallen van verschillende grondtallen.

Beperkte Garantie

hp 48gll grafische rekenmachine; Garantieperiode: 12 maanden

1. HP garandeert u, de eindgebruiker, dat HP hardware, accessoires en bijgeleverde producten vrij zijn van defecten in materiaal en afwerking na de aankoopdatum voor de hierboven aangegeven periode. Indien HP een mededeling ontvangt van dergelijke defecten gedurende de garantieperiode zal HP, naar eigen goeddunken, de producten die defect blijken te zijn repareren of vervangen. Vervangende producten kunnen nieuw of als nieuw zijn.
2. HP garandeert u dat HP software na de aankoopdatum voor de hierboven aangegeven periode niet ten gevolge van defecten aan materiaal of afwerking zal falen de programma-instructies uit te voeren indien correct geïnstalleerd en gebruikt. Indien HP een mededeling ontvangt van dergelijke defecten gedurende de garantieperiode zal HP de softwaremedia vervangen die de programma-instructies niet uitvoeren ten gevolge van dergelijke defecten.
3. HP garandeert niet dat de werking van HP-producten ononderbroken en foutloos zal zijn. Indien HP niet binnen redelijke tijd in staat is een product te repareren of te vervangen volgens de garantievoorwaarden, dan heeft u recht op een terugbetaling van de aankoopprijs bij direct terugsturen van het product met het aankoopbewijs.
4. HP-producten kunnen hergebruikte of incidenteel gebruikte onderdelen bevatten die in prestatie equivalent zijn aan nieuwe producten.
5. Garantie geldt niet voor defecten die het gevolg zijn van (a) oneigenlijk of onjuist onderhoud of kalibreren, (b) software, koppelingen, onderdelen of niet door HP geleverde componenten, (c) modificaties zonder toestemming of misbruik, (d) gebruik buiten de voor het product gepubliceerde milieuspecificaties of (e) oneigenlijke site preparatie of onderhoud.
6. HP GEEFT GEEN ANDERE SCHRIFTELIJKE OF MONDELINGE EXPLICIETE GARANTIE OF CONDITIE. VOORZOVER TOEGESTAAN DOOR LOKALE WETGEVING, IS ELKE IMPLICIETE GARANTIE OF CONDITIE VAN VERKOOPBAARHEID, BEVREDIGENDE KWALITEIT OF GESCHIKTHEID VOOR SPECIFIEK GEBRUIK BEPERKT TOT DE DUUR VAN DE EXPLICIETE GARANTIE ZOALS HIERBOVEN UITEENGEZET. Sommige landen, staten of provincies staan geen beperkingen toe op

de duur van een impliciete garantie, het kan dus zijn dat de bovenstaande beperking of uitsluiting niet op u van toepassing is. Deze garantie geeft u specifieke wettelijke rechten en u kunt ook andere rechten hebben die van land tot land, staat tot staat of provincie tot provincie variëren.

7. VOORZOVER TOEGESTAAN DOOR LOKALE WETGEVING ZIJN DE REMEDIES IN DEZE GARANTIEVERKLARING UW ENIGE EN EXCLUSIEVE REMEDIES. MET UITZONDERING VAN HETGEEN HIERBOVEN AANGEGEVEN ZIJN HP EN DE HP-LEVERANCIERS IN GEEN GEVAL AANSPRAKELIJK VOOR HET VERLOREN GAAN VAN GEGEVENS OF VOOR DIRECTE, SPECIALE, INCIDENTELE SCHADE, GEVOLGSCHADE (WAARONDER GEMISTE WINST OF VERLOREN GEGANE GEGEVENS) OF ANDERE SCHADE, GEBASEERD OP HET CONTRACT, BENADELING OF ANDERSZINS. Sommige landen, staten of provincies staan geen uitsluiting of beperking van incidentele schade of gevolgschade toe, het kan dus zijn dat de bovenstaande beperking of uitsluiting niet op u van toepassing is.
8. De enige garanties voor HP-producten en diensten zijn uiteengezet in de bijgeleverde expliciete garantieverklaring. HP kan niet aansprakelijk gesteld worden voor enigerlei in dit document vervatte technische of redactionele fouten of weglatingen.

VOOR CONSUMENTENTRANSACTIES IN AUSTRALIË EN NIEUW-ZEELAND: DE GARANTIEVOORWAARDEN IN DEZE BEPALING, MET UITZONDERING VAN HETGEEN TOEGESTAAN DOOR DE WET, BEVATTEN GEEN UITSLUITINGEN, BEPERKINGEN OF WIJZIGINGEN VAN EN ZIJN EEN AANVULLING OP DE VERPLICHTE, WETTELIJK VOORGESCHREVEN RECHTEN DIE VAN TOEPASSING ZIJN OP DE VERKOOP VAN DIT PRODUCT AAN U.

Service

Europa

Land:	Telefoonnummers
Oostenrijk	+43-1-3602771203
België	+32-2-7126219
Denemarken	+45-8-2332844

Azië-Oceanië	Oost-Europa	+420-5-41422523
	Finland	+35-89640009
	Frankrijk	+33-1-49939006
	Duitsland	+49-69-95307103
	Griekenland	+420-5-41422523
	Nederland	+31-2-06545301
	Italië	+39-02-75419782
	Noorwegen	+47-63849309
	Portugal	+351-229570200
	Spanje	+34-915-642095
	Zweden	+46-851992065
	Zwitserland	+41-1-4395358 (Duits)
		+41-22-8278780 (Frans)
		+39-02-75419782 (Italiaans)
	Turkije	+420-5-41422523
	VK	+44-207-4580161
	Tsjechische Republiek	+420-5-41422523
	Zuid-Afrika	+27-11-2376200
	Luxemburg	+32-2-7126219
	Andere Europese landen	+420-5-41422523
	Land:	Telefoonnummers
	Australië	+61-3-9841-5211
	Singapore	+61-3-9841-5211

L-Amerika	Land:	Telefoonnummers
	Argentinië	0-810-555-5520
	Brazilië	Sao Paulo 3747-7799; RVHL 0-800-157751
	Mexico	Mx City 5258-9922; RVHL 01-800-472-6684
	Venezuela	0800-4746-8368
	Chili	800-360999
	Colombia	9-800-114726
	Peru	0-800-10111
	Midden-Amerika &	1-800-711-2884

Caribische gebied	
Guatemala	1-800-999-5105
Puerto Rico	1-877-232-0589
Costa Rica	0-800-011-0524

N-America

Land:	Telefoonnummers
VS	1800-HP INVENT
Canada	(905) 206-4663 or 800- HP INVENT

RVHL = Rest van het land

Ga naar <http://www.hp.com> voor de laatste informatie over onze service en ondersteuning.

Regelgeving

Deze paragraaf bevat informatie die laat zien hoe de hp 48gII grafische rekenmachine voldoet aan de regelgeving in bepaalde regio's. Bij wijzigingen aan de rekenmachine die niet uitdrukkelijk zijn toegestaan door Hewlett-Packard kunnen de autoriteiten ertoe overgaan het gebruik van de 48gII in deze regio's uit te sluiten.

USA

This calculator generates, uses, and can radiate radio frequency energy and may interfere with radio and television reception. The calculator complies with the limits for a Class B digital device, pursuant to Part 15 of the FCC Rules. These limits are designed to provide reasonable protection against harmful interference in a residential installation.

However, there is no guarantee that interference will not occur in a particular installation. In the unlikely event that there is interference to radio or television reception (which can be determined by turning the calculator off and on), the user is encouraged to try to correct the interference by one or more of the following measures:

- Reorient or relocate the receiving antenna.
- Relocate the calculator, with respect to the receiver.

Connections to Peripheral Devices

To maintain compliance with FCC rules and regulations, use only the cable accessories provided.

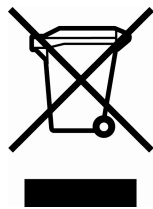
Canada

This Class B digital apparatus complies with Canadian ICES-003. Cet appareil numérique de la classe B est conforme à la norme NMB-003 du Canada.

Japan

この装置は、情報処理装置等電波障害自主規制協議会(VCCI)の基準に基づく第二情報技術装置です。この装置は、家庭環境で使用することを目的としていますが、この装置がラジオやテレビジョン受信機に近接して使用されると、受信障害を引き起こすことがあります。取扱説明書に従って正しい取り扱いをしてください。

Verwijdering van afgedankte apparatuur door privé-gebruikers in de Europese Unie



Dit symbool op het product of de verpakking geeft aan dat dit product niet mag worden gedeponeerd bij het normale huishoudelijke afval. U bent zelf verantwoordelijk voor het inleveren van uw afgedankte apparatuur bij een inzamelingspunt voor het recyclen van oude elektrische en elektronische apparatuur. Door uw oude apparatuur apart aan te bieden en te recyclen, kunnen natuurlijke bronnen worden behouden en kan het materiaal worden hergebruikt op een manier waarmee de volksgezondheid en het milieu worden beschermd. Neem contact op met uw gemeente, het afvalinzamelingsbedrijf of de winkel waar u het product hebt gekocht voor meer informatie over inzamelingspunten waar u oude apparatuur kunt aanbieden voor recycling.